

FVM 与 LBM 分区耦合模拟圆柱绕流

栾辉宝, 徐辉, 陈黎, 陶文铨*

(西安交通大学, 西安 710049)

摘要:构造了用于模拟远场边界下圆柱绕流的有限容积法(FVM)与格子 Boltzmann 方法(LBM)的分区耦合模型。模型中, 靠近圆柱处采用多块网格的 LBM, 远离圆柱处采用 FVM, 并将计算结果同适体网格 LBM 以及多块网格 LBM 进行了比较。结果表明, 耦合模型能在保证计算精度的前提下, 显著提高计算效率。

关键词: 格子 Boltzmann 方法; 有限容积法; 耦合; 多尺度; 重构算子; 圆柱绕流

中图分类号: O242

文献标志码: A

1 引言

世界的本质是多尺度的^[1]。自然界与工程领域中的许多物理现象或过程常常发生在涵盖几个数量级的空间及时间范围内, 我们称之为多尺度物理学现象。在模拟多尺度问题时, 如果仅采用宏观方法, 则会存在一些不足, 诸如精度不够, 无法预知细微部分的过程以及引入一些经验性很强的参数; 如果仅采用介观或者微观模型, 需要的计算机资源往往是难以承受的。基于单一方法的不足, 多尺度耦合模型就应运而生。通过建立起几种层次上方法耦合的模型, 我们有望将宏观方法的高效性与介观、微观方法的精确性结合起来, 相互补充, 扬长避短。

LBM 是近 10 年来发展最迅速的介观模拟方法。将 LBM 与其他方法耦合的难点是, 如何将耦合界面上的宏观量转换为 LBM 中采用的粒子分布函数。文献[2]中, 在 LBM 与 MDS 界面处信息传递通过速度和速度梯度。由于从宏观信息到微观信息分布函数, 是一对多的映射关系, 这种方法不能保证 LBM 在耦合界面处得到的信息唯一。文献[3]推导出了一个计算 LBM 在耦合界面处未知分布函数的公式, 但是该公式仅适用于求解扩散问题, 并且只有一阶精度。在本文作者先前的一些工作中^[4,5], 推导出新的重构算子, 通过该算子可以得到具有二

阶精度的 LBM 分布函数, 解决了 LBM 与其他方法的耦合中的难点。

作者先前的工作, 仅有一个耦合界面, 并且 FVM 与 LBM 的网格步长是相等的。本文对该耦合模型进行了深入研究和扩展。文献[6]将 FVM 与格子类方法计算效率进行了比较, 得出了 FVM 计算简单流动效率比较高, 而 LBM 则更适用于计算复杂流动问题。根据以上分析, 本文发展 FVM 与 LBM 耦合模型, 将 LBM 用于求解区域中复杂流动的区域, FVM 用于求解流动形态规整的区域, 两种方法在界面上采用重构算子进行信息传递。对于远场边界条件下的圆柱绕流问题, 先前的研究多采用块结构化网格或者适体座标进行研究。本文采用新的耦合模型, 近圆柱适合采用块结构化网格的 LBM, 外部流场采用粗网格的 FVM。

2 耦合模型简介

2.1 块结构化 LBM^[7]

LBM 采用块结构化网格的原理: 以 2 块为例如图 1 所示, 网格疏密比为 2, 每块网格都满足 $\Delta x =$

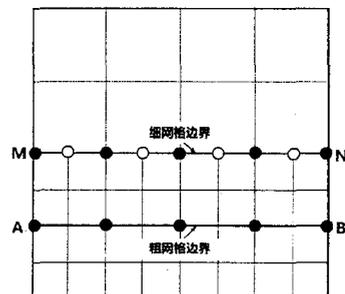


图 1 块结构化 LBM 示意图

Fig.1 Interface structure between multi-block LBM

收稿日期: 2010-08-22; 修改稿收到日期: 2010-09-26.
基金项目: 国家自然科学基金重点项目(50636050)资助.
作者简介: 栾辉宝 (1983-), 男, 博士;
陶文铨* (1939-), 男, 教授, 博士生导师
(E-mail: wqtao@mail.xjtu.edu.cn).

$\Delta y = \Delta t$ 。细网格边界 MN 在粗网格区域的内部，粗网格边界 AB 在细网格区域的内部，这样布置类似 FVM 中的搭接式网格，更容易适应复杂的计算区域。AB 和 MN 上两套网格重合的节点（图 1 中的实心圆点），可以直接进行相互传递，但是需要满足连续性条件，其余节点要通过插值才能得出。

下面介绍界面物理量的连续性要求，脚标 c 表示粗网格， f 表示细网格。网格间距的比值 m 为

$$m = \Delta x_c / \Delta x_f \quad (1)$$

为了保证流体粘性的一致性，两套网格的 τ_c 和 τ_f 应满足：

$$\tau_f = \frac{1}{2} + m \left(\tau_c - \frac{1}{2} \right) \quad (2)$$

粗、细网格上实心圆点间的信息传递通过式 (3, 4) 进行，可以保证交接界面上的各物理量的连续^[7]

$$f_i^{(c)} = f_i^{(eq,f)} + m \frac{\tau_c - 1}{\tau_f - 1} \left[f_i^{(f)} - f_i^{(eq,f)} \right] \quad (3)$$

$$f_i^{(f)} = f_i^{(eq,c)} + \frac{\tau_f - 1}{m(\tau_c - 1)} \left[f_i^{(c)} - f_i^{(eq,c)} \right] \quad (4)$$

细网格边界上空心圆点需要由周围实心圆点插值得到，本文采用三次样条函数插值法。为了保证粗、细网格节点演化时层的协调一致，时间层次上采用拉格朗日插值方法。

2.2 FVM 与 LBM 耦合模型

FVM 与 LBM 耦合的难点在于，如何将耦合界面上的宏观信息量准确的传递给 LBM 中需要的分布函数。以图 3 模型为例，计算区域被划分为两块，上部采用 LBM 求解，下部采用 FVM 求解，中部有一部分重合区。MN 是 FVM 方法的上边界，AB 是 LBM 区域的下边界。MN 边界上值可以由 LBM 区域对应点上的宏观值得到。然而 AB 边界上的粒子分布函数就不能直接由 FVM 区域对应点上的宏观量直接得到。需要根据重构算子进行重构。作者先前的工作^[4,5]已经推导出了式 (5) 的重构算子。在

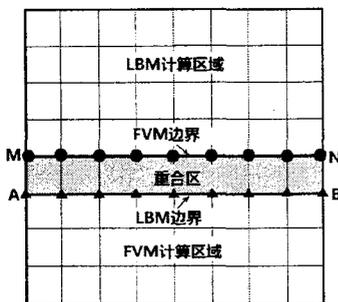


图 2 FVM 与 LBM 分区耦合示意图
Fig.2 Interface structure between FVM and LBM

此为了节省篇幅，仅给出结果如下：

$$f_i = f_i^{(eq)} \left[1 - \tau \Delta t U_{i\beta} c_s^{-2} \left(U_{i\alpha} \partial_{x_\alpha} u_\beta + \nu \partial_{x_\alpha}^2 u_\beta + \nu \rho^{-1} S_{\alpha\beta} \partial_{x_\alpha} \rho \right) \right] \quad (5)$$

式中 $U_{i\alpha} = c_{i\alpha} - u_\alpha$, $S_{\alpha\beta} = \partial_{x_\beta} u_\alpha + \partial_{x_\alpha} u_\beta$ 。

3 远场边界条件下的耦合模型

为了近似逼近远场边界，计算区域往往需要选的很大，非常消耗计算资源。本文提出了如图 4 所示的耦合模型。整个计算区域被分为相互搭接的三块，Zone1 和 Zone2 都是“回”字型区域，具有内边界和外边界，Zone3 是绕流固体所在的区域，仅有外边界。Zone1 和 Zone2 组成了 FVM 与 LBM 耦合计算模型，Zone2 和 Zone3 组成了块结构化的 LBM 模型。引入了块结构化的 LBM 的目的在于，在网格增加较少的情况下，扩大 LBM 的计算区域。计算步骤如下。

(1) 根据初始条件，利用 FVM 求解 Zone1；

(2) 根据上步，获取 Zone2 外边界上的宏观量，根据重构算子式 (5) 将其转化为粒子分布函数（由于网格疏密不同，需要用到空间插值），其内边界初始条件取为平衡态分布函数，利用 LBM 求解 Zone2。

(3) 根据步骤 (2) 计算结果，通过式 (4)，转化为 Zone3 边界上的分布函数（由于网格疏密的不同，需要进行时间尺度和空间尺度上插值），利用 LBM 求解 Zone3；

(4) 更新相关边界上的信息，重复以上步骤，直至结果收敛。

4 耦合计算实例

本文选取二维圆柱绕流进行研究，如图 4 所示。区域高度 $H_1 = 1$ ，圆柱直径为 $D = 0.01$ ，流体密度为 $\rho = 1.0$ ，四周边界条件选为远场边界条件，远场

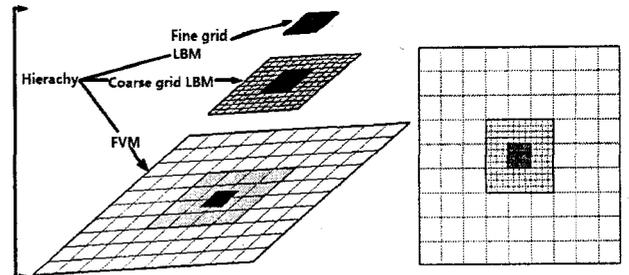


图 3 CFVLBM 耦合计算模型
Fig.3 CFVLBM models

速度 $u_x = 0.01$, 雷诺数定义为 $Re = u_x D / \nu$ 。文中统计了回流涡长度 L 和阻力系数 C_d 两个流动特征量:

$$C_d = \frac{1}{\rho u_x^2 r} \int S \cdot n dl \quad (6)$$

式中 n 沿圆柱壁面的外法线方向, S 为应力张量。

$$S = -pI + \rho\nu(\nabla u + u\nabla) \quad (7)$$

选取表 1 所列的五种情形进行对比研究。前三种为耦合模型, CFVLBM1 相邻区域间的网格比为 10; CFVLBM2 在保证 Zone3 网格不变的情况下, 相邻区域间的网格比减少到 5; CFVLBM3 对

CFVLBM1 进行了网格整体的两倍加密。第四种采用块结构化网格的 LBM, 网格数目同 CFVLBM3 一致, 不同之处在于 Zone1 的求解方法由 FVM 变为了 LBM, 即整个计算区域都采用单一的 LBM。方法 5 采用如图 5 所示的适体座标 LBM 进行求解, $r_\infty/r=111.3$, 沿周向的网格数目为 300, 径向网格为 400。表 1 的右侧两列给出了 5 种方法在 $Re=20$ 情况下, 计算得到的回流涡长度以及阻力系数 C_d , 方法间相互间吻合的很好。为了研究方便, 选取三种耦合模型中的 CFVLBM1 与其他方法进行比较。

表 1 Re=20 的圆柱绕流, 采用不同的数值模拟方法

Tab 1. Comparison of the cylinder flow at $Re=20$ using different numerical methods (m denotes grid space ratio)

数值模拟方法	Zone1	Zone2	Zone3	m	L/r	C_d
	区域尺寸 H1=1.0	H2=0.2	H3=0.025			
CFVLBM 1	网格数 100×100	200×200	250×250	10	1.835	2.020
CFVLBM 2	网格数 400×400	400×400	250×250	5	1.836	2.027
CFVLBM 3	网格数 200×200	400×400	500×500	10	1.856	1.997
块结构化 LBM	网格数 200×200	400×400	500×500	10	1.885	1.982
	区域尺寸 $r_\infty/r=111.3$	—	—			
适体座标 LBM	网格数 400×300	—	—	—	1.84	2.014

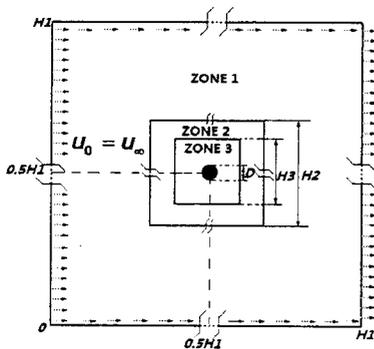


图 4 圆柱绕流示意图

Fig.4 Flow around a circular cylinder.

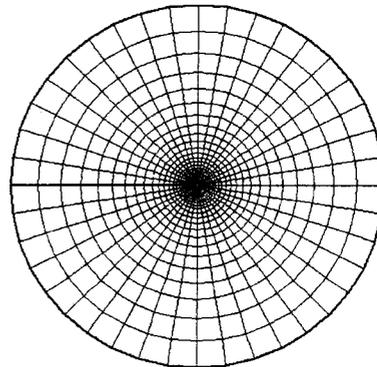
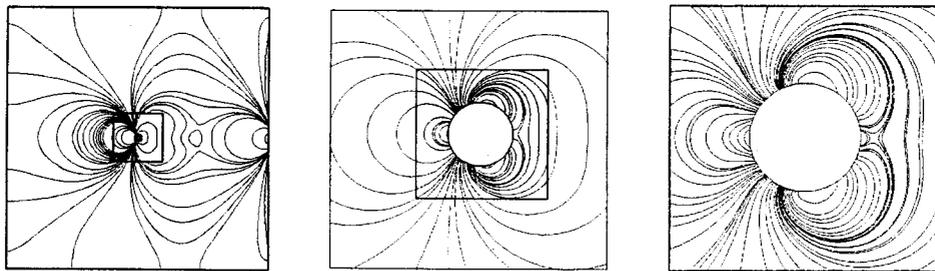


图 5 圆柱绕流适体座标网格示意图 ($r_\infty/r = 111.3$)

Fig.5 Computational mesh for body-fitted LBM



(a) 整个计算区域
(a) whole zone

(b) 局部放大图
(b) enlarge view

(c) Zone3 区域
(c) Zone3 view

图 6 CFVLBM1 计算的压力等值线

Fig. 6 Pressure contour by CFVLBM

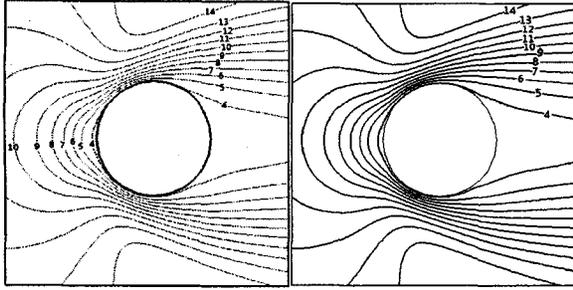


图 7 u 速度等值线图(左图为 CFVLBM1,右为适体 LBM)

Fig. 7 u velocity contour (left for CFVLBM, right for body-fitted LBM)

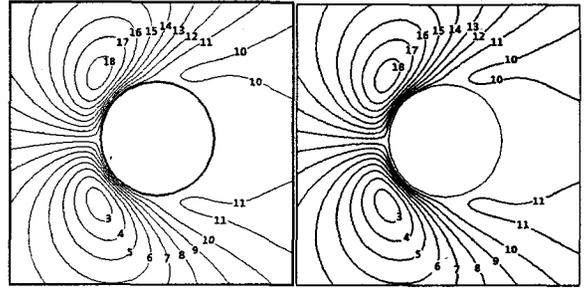


图 8 v 速度等值线图(左图为 CFVLBM1,右为适体 LBM)

Fig. 8 v velocity contour (left for CFVLBM, right for body-fitted LBM)

图 6 (a) 给出了 CFVLBM1 计算出来的压力等值线。外部区域为 Zone1, 中间框内的区域为 Zone2。可以看出压力线在 Zone1 和 Zone2 的边界上变化的趋势是一致的, 过渡光滑。图 6 (b) 给出了局部放大图, 图内的方框区域代表 Zone3。可以更清楚的看到 Zone2 和 Zone3 边界上压力线过渡非常光滑。图 6 (c) 给出了 Zone3 区域内的压力线图, 由于 Zone3 内部的网格足够细, 压力线计算结果很光滑。图 7 和图 8 分别给出了 CFVLBM 与适体坐标 LBM 计算出来的 Zone3 区域的速度等值线图, 可以看出两者的计算结果完全一致。

为了考察 5 种方法的计算效率, 选取式 (8) 作为收敛标准, 统计了 5 种方法的收敛时间。

Residual=

$$\frac{\sum\sum|u(i,j,t+\Delta t)-u(i,j,t)|+\sum\sum|v(i,j,t+\Delta t)-v(i,j,t)|}{\sum\sum(|u(i,j,t)|+|v(i,j,t)|)}$$

(8)

结果如图 9 所示, 可以看出 CFVLBM1 收敛最快, 适体坐标 LBM 比 CFVLBM3 的略快, 多块网格 LBM 收敛速度最慢。分析如下, 适体坐标 LBM 虽然网格数最少, 但是由于每次迭代前, 都要进行整场插值, 故而大大降低了其计算效率。块结构化 LBM 虽然与 CFVLBM3 网格布置一致, 但是其收敛速度要大大降低, 原因在于在 Zone1 区域中, 流

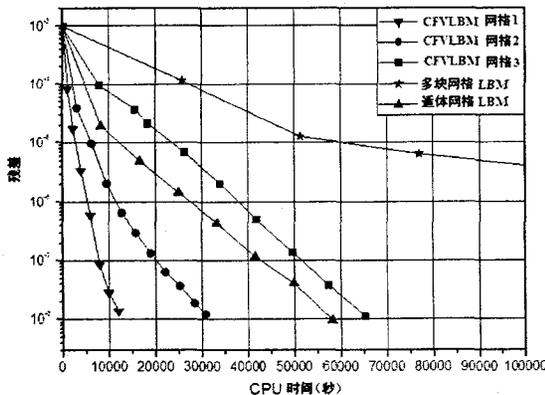


图 9 5 种方法的收敛曲线

Fig. 9 Residual history of five cases

动形态比较简单, 采用 FVM 相较 LBM 能明显提高计算效率。

5 结论

(1) 基于重构算子的耦合模型, 不仅可以正确的描述外部流场, 同时可以很好的描述圆柱附近的流动状态。(2) 同样的网格布置情况下, 外部区域采用 FVM 相较 LBM 而言能够大大提高计算效率。

参考文献(References):

- [1] E W N, Engquist B, Li X, Ren W, Vanden-Eijnden E. Heterogeneous multiscale methods: a review [J]. Commun Comput Phys, 2007, 44: 367-450.
- [2] Dupuis A, Kotsalis E M, Koumoutsakos P. Coupling lattice Boltzmann and molecular dynamics models for dense fluids [J]. Phys Rev E, 2007, 75:046704.
- [3] Albuquerque P, Alemans D, Chopard B, Leone P. Coupling a lattice Boltzmann and finite difference scheme [J]. International Conference on Computational Science, Krakow, Poland, 2004.
- [4] 徐 辉, 栾辉宝, 陶文铨. LBM 与宏观数值方法界面信息耦合的重构算子[J]. 西安交通大学学报, 2009, 43(11): 6-10. (Xu H, Luan H B, Tao W Q. A reconstruction operator for interface coupling between LBM and macro-numerical methods for finite-family[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2009,43(11): 6-10.) (in Chinese)
- [5] Luan H B, Xu H, Chen L, Sun D L and Tao W Q, Numerical illustrations of the coupling between lattice Boltzmann method and finite-type macro-numerical methods[J]. Numer Heat Transfer B. 2010,57: 147-170.
- [6] Yoshino M, Matsuda Y, Shao C. Comparison of Accuracy and Efficiency between the Lattice Boltzmann Method and the Finite Difference Method in Viscous/Thermal Fluid Flows[J]. International Journal of Computational Fluid Dynamics, 2004,18:333-345.
- [7] Yu D Z, Mei R W, Shyy W. A multi-block lattice Boltzmann method for viscous fluid flow[J]. Int J Numer Meth Fluids, 2002,39: 99-120.

Coupling between FVM and LBM for fluid flow around a circular cylinder

LUAN Hui-bao, XU Hui, CHEN Li, TAO Wen-quan*

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A coupling between FVM and LBM (CFVLBM) model is proposed to resolve the flow around a circular cylinder with far-field boundary. LBM with multi-block grid is adopted near the cylinder, while FVM is used far away. Careful comparisons are done between the results of CFVLBM and that of previous publications as well as multi-block LBM, and body-fitted grid LBM. The results show that the CFVLBM are accurate and reliable. Meanwhile, the CFVLBM can greatly improve the computational efficiency.

Key words: LBM; FVM; multiscale; coupling; reconstruction operator; circular cylinder

~~~~~  
(上接第 96 页)

## Large eddy simulation of the gaseous pollutant diffusion with wind tunnel

ZHOU Zhao-ming<sup>\*1</sup>, WAN Fu<sup>1</sup>, LIAN Zhang-hua<sup>2</sup>

(1. Safety Environmental Quality Supervision Detection Institute of CNPC Chuanqing Drilling Engineering Co.Ltd,  
Guanghan 618300. China

2. State Key Laboratory of Oil & Gas Reservoir Geology & Exploitation, Southwest Petroleum University)

**Abstract:** Using large eddy simulation simulate the gaseous pollutant diffusion of wind tunnel tests. Using of segmentation and detailed classification mesh the finite element model, Using the UDF write the gradient function of velocity as entry boundary conditions. The flow field and pollutant concentration field are more consistent with the wind tunnel test. Using large eddy simulation can be observe the smaller vortex, the gaseous pollutant diffusion of the large eddy simulation can obtain more detailed and true results.

**Key words:** large eddy simulation; CFD; Pollutant diffusion; wind tunnel; numerical simulation