

# 基于 POD 方法的湍流大尺度信息提取与分析

阳 祥 丁 鹏 李增耀 陶文铨

(西安交通大学动力工程多相流国家重点实验室, 陕西 西安 710049)

**摘要** 本文用正交分解 (POD) 方法对径向旋转方通道内直接数值模拟得到的湍流数据进行处理得到了湍流大尺度结构和 POD 模态的能量分布。对于不同的工况, 文中均采用了 200 个具有相同时间间隔的湍流瞬时主流速度场作为样本。为研究浮升力对湍流大尺度结构的影响及 POD 模态的能量分布, 对四个不同格拉晓芙数  $Gr_\tau$  下的主流速度场进行了 POD 处理和分析。结果表明: 湍流大尺度结构主要集中在通道的非稳定壁面 ( $y=0$ ) 附近和侧面附近, 随着格拉晓芙数的增加湍动能分布于更多的模态中。

**关键词** 湍流; 浮升力; 大尺度信息; 正交分解; 模态

**中图分类号:** TK121 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-231X(2010)06-1019-04

## EXTRACTION AND ANALYSIS OF TURBULENT LARGE SCALES BASED ON POD METHOD

YANG Xiang DING Peng LI Zeng-Yao TAO Wen-Quan

(The State Key Lab. of Multiphase Flow in Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract** Proper orthogonal decomposition (POD) was used to deal with the databases obtained by direct numerical simulation in an orthogonally rotating turbulent duct flow. The turbulent large-scale structures and energy distribution in POD modes were extracted and analyzed. For every case studied, 200 turbulent instantaneous axial velocity snapshots with the same time interval were taken as samples. In order to investigate the influence of buoyancy on turbulent large-scale structures and the energy distributions in POD modes, four cases with different Grashof numbers were studied. The results show that the turbulent large-scale structures mainly locate in the unstable wall ( $y=0$ ) and near the side walls; with the increase of the Grashof number, the most of the turbulent kinetic energy distributes into more POD modes.

**Key words** turbulence; buoyancy; large-scale structure; proper orthogonal decomposition; mode

## 0 引 言

湍流大尺度结构包含了相当比例的湍动能, 对湍动能产生和湍流得以维持起到主导的作用<sup>[1]</sup>, 近年来湍流大尺度结构的研究受到了广泛的重视。Lumley 提出的正交分解方法 (POD) 是用来识别湍流大尺度结构的<sup>[2]</sup>, 后来 Sirovich 提出了更加实用的“快照”版 POD 方法<sup>[3]</sup>。POD 方法用于湍流后处理主要有两个作用: 提取湍流大尺度结构和建立低维模型压缩数据存储空间。Moni 和 Mose<sup>[4]</sup>应用 POD 方法对槽道内湍流的直接模拟产生的数据进行处理得到了一个主导结构, 该结构含超过总湍动能 70% 的能量; Ball, Sirovich 和 Keefe<sup>[5]</sup>用 POD 方法对槽道湍流进行数据处理发现超过 75% 的湍动能分布在大约 25 个模态中; Gatski 和 Glauser<sup>[6]</sup>用

POD 方法致力于建立一维 POD 模型重构壁面区域的湍动能、剪应力、耗散等; Tyagi 和 Acharya<sup>[7]</sup>采用 POD 方法对旋转带肋方通道内的大涡模拟流场进行分析结果表明系统具有低维特型, 99% 的湍动能分布于前 80 个 POD 模态; Sahan<sup>[8]</sup>用 POD 方法建立了竖直平板通道内的过渡自然对流冷却系统的低阶模型。旋转方通道内的湍流流动与换热有着广泛的应用背景, 深入研究旋转通道内的湍流混合对流换热的机理对于提高旋转设备的换热性能有重要的理论和现实意义。本文用 POD 方法对绕径向旋转的方通道内直接模拟得到的速度瞬时场进行处理, 提取湍流大尺度结构, 得到在样本范围内 POD 模态的湍动能分布, 针对不同工况研究了浮升力对湍流大尺度

收稿日期: 2010-01-20; 修订日期: 2010-05-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.50636050)

作者简介: 阳 祥 (1980-), 男, 江西萍乡人, 博士, 主要从事强化换热和数值模拟方面的研究。

结构和湍动能在模数空间的分布的影响。

## 1 物理模型和数学模型

### 1.1 物理模型

本文采用的物理模型如图 1 所示, 通道绕平行于  $z$  轴的轴以角速度  $\Omega$ 、旋转半径  $R$  旋转, 通道的高为  $H$ , 长为  $L = 6H$ , 采用笛卡儿坐标系,  $x$  为主流流动方向,  $y$  和  $z$  为通道法向和展向方向。假定流体介质为空气并且已处于流动与换热的充分发展状态, 通道四个壁面沿主流方向以均匀热流密度加热, 周向保持恒壁温。文中对旋转数  $Ro_\tau = 2H\Omega/u_\tau$  为 1.5 时, 格拉晓芙数  $Gr_\tau = (R\Omega^2)\beta T_\tau H^3/\nu^2$  分别为 0、9000、20000、50000 时的主流速度场进行了 POD 处理。上面两式中,  $u_\tau$  为壁面平均摩擦速度,  $\beta$  为体积膨胀系数,  $T_\tau = q_w/\rho c_p u_\tau$  为无量纲温度,  $\nu$  为运动黏性系数。

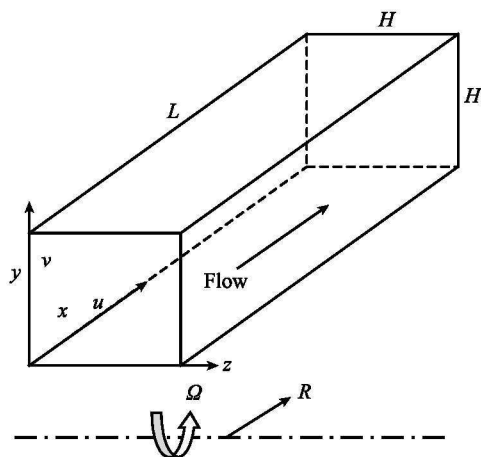


图 1 物理模型  
Fig. 1 Physical model

### 1.2 数学模型

本文中选用文献 [3] 中给出的正交分解方法。将由湍流直接模拟得到的主流无量纲瞬时速度场分解为时均值部分 ( $\vec{V}$ ) 和脉动部分 ( $\vec{V}'$ ) [8]。

$$\vec{V}(\vec{X}, t) = \vec{V}(\vec{X}) + \vec{V}'(\vec{X}, t) \quad (1)$$

时均值部分可通过对  $M$  个 (本文中为 200 个) 速度场样本对时间求算术平均值得到, 因此脉动速度可以表示为:

$$\vec{V}'(\vec{X}, t) = \vec{V}(\vec{X}, t) - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \vec{V}(\vec{X}, t_i) \quad (2)$$

特征基函数可通过对脉动速度场进行适当组合得到:

$$\phi_k(\vec{x}) = \sum_{i=1}^M A_{ki} \vec{V}'_i(\vec{X}, t_i) \quad (3)$$

其中,  $A_k$  是特征值问题  $CA = \lambda A$  的特征向量, 矩阵  $C$  定义为:

$$C_{mn} = \frac{1}{M} \int_{\Omega} F_{mn}(\vec{X}, t) d\Omega$$

$$F_{mn}(\vec{X}, t) = \vec{V}'_m(\vec{X}, t) \cdot \vec{V}'_n(\vec{X}, t) \quad (4)$$

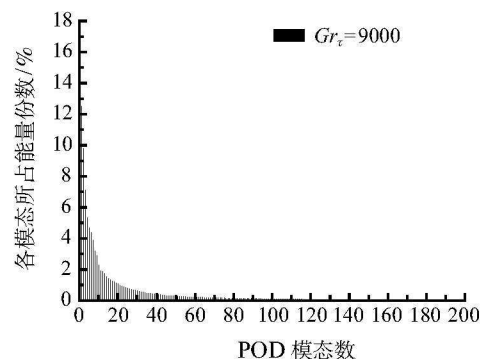
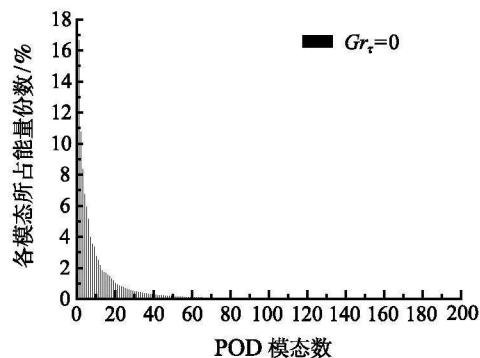
因此脉动速度场可以重新表示为:

$$\vec{V}'(\vec{X}, t) = \sum_{k=1}^{M_1} \alpha_k(t) \vec{\phi}_k(\vec{x}) \quad (M_1 \leq M) \quad (5)$$

$\alpha_k(t)$  为  $\vec{V}'(\vec{X}, t)$  在  $\vec{\phi}_k(\vec{x})$  上的投影。

## 2 计算结果及分析

图 2 中给出了四个不同  $Gr_\tau$  时 POD 模态对应的能量分布。由图可看出: 当  $Gr_\tau = 0$  时即不考虑浮升力的时候, 第一个最佳正交基 (对应第一个特征值) 代表的湍动能约占全部湍动能的 17%; 当  $Gr_\tau = 9000$  时, 对应的第一个最佳正交基代表的湍动能约占总能量的 12%~13%; 当  $Gr_\tau = 20000$  时, 第一个最佳正交基代表的湍动能约占全部湍动能的 10%~11%; 而当  $Gr_\tau = 50000$  时, 第一个最佳正



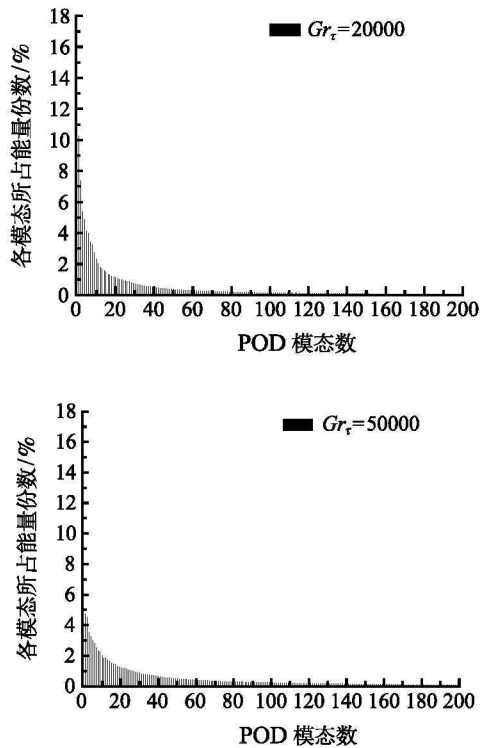
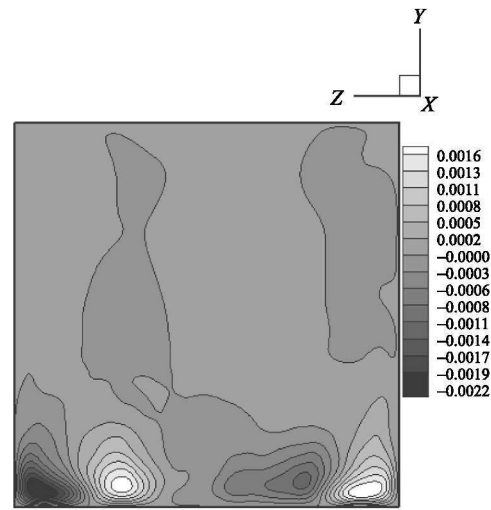
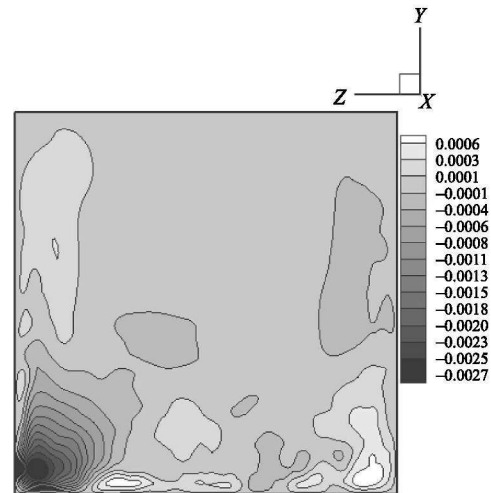
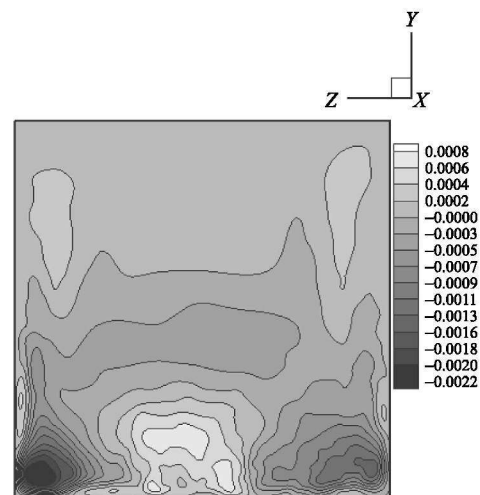
图 2 不同  $Gr_\tau$  数时各 POD 模态对应的能量分布

Fig. 2 Energy distribution in POD modes for different Grashof number

交基代表的湍动能只约占全部湍动能的 5%。可见随着浮升力的增强, 四种工况下对应的第一个最佳正交基代表的能量在总能量中的比重下降。从图 2 中可进一步看出: 当  $Gr_\tau = 0$  时, 能量主要集中在前 80 个左右的模态中; 当  $Gr_\tau = 9000$  时, 能量主要集中于前 110 个左右模态中; 当  $Gr_\tau$  数增加到 20000 时, 能量主要分布于前 140 个模态中; 当  $Gr_\tau$  进一步增加到 50000 时能量主要分布于前 190 个左右模态中。可见随着格拉晓芙数  $Gr_\tau$  的增加, 绝大部分的能量分布于越来越多的模态中。由 POD 的性质知这种能量分布的变化必将导致湍流大尺度结构的变化。

图 3 是四种工况下第一个 POD 模态在  $x=1.2$  处的二维分布图 (由于沿  $x$  方向均匀, 本文中的湍流结构主要受到壁面的影响)。由 POD 的性质可知, 在相同工况下第一个模态对应的大尺度结构不仅较其它模态含有更高的湍动能而且尺寸上也较大, 因此这种大尺度结构在能量输运中具有重要作用。由图 3 可知: 当  $Gr_\tau = 0$  时, 脉动速度等值线组成的大尺度结构含有正负相间的脉动速度区, 并且主要位于左、右下角;  $Gr_\tau = 9000$  时, 大尺度结构主要位于两侧壁面下部的附近区域内, 左壁附近区域与右壁附近区域的脉动速度符号相反;  $Gr_\tau = 20000$  时

大尺度结构较前两种工况下大, 并且正的脉动速度区位于非稳定壁面 ( $y=0$ ) 附近的中间区域, 而左、右下角区域的脉动速度为负;  $Gr_\tau = 50000$  时的一

 $Gr_\tau = 0$  $Gr_\tau = 9000$  $Gr_\tau = 20000$

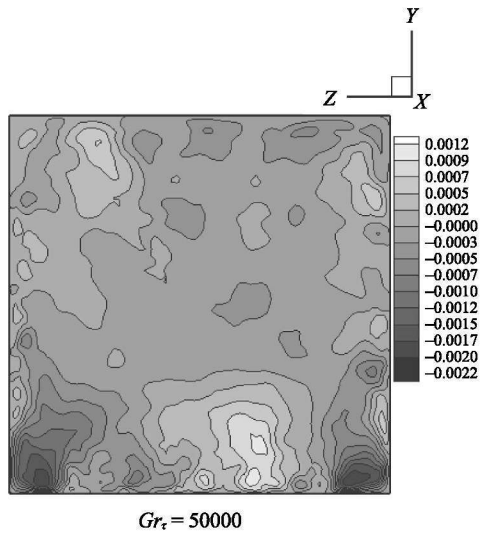


图 2 不同  $Gr_\tau$  数时第一个模态对应的大尺度结构  
Fig. 2 The first large-scale structure corresponding to different Grashof number

个明显特点就是，大尺度结构扩展到了通道稳定壁面 ( $y=1$ ) 附近，而在非稳定壁面附近的分布定性上与  $Gr_\tau = 20000$  时相似。由此可见大尺度结构主要位于非稳定壁面附近区域，其次是两个侧壁面附近区域，因此如果能改进在稳定壁面附近的湍流结构，使该区域包含大尺度结构将有利于流体能量输运性能在整体上提高。

### 3 结 论

本文通过对径向旋转方通道内湍流换热的直接数值模拟结果做正交分解得出以下两点结论：

(1) 浮升力的增加使绝大部分湍动能分布于越来越

越多的模态，使湍动能分布在更多级别的尺度范围内。

(2) 随着浮升力的增加，大尺度结构的分布发生变化，但第一个模态对应的大尺度结构主要分布在非稳定壁面附近区域，其次是两个侧壁面附近的区域；改进稳定壁面附近的流动结构，使该区域含有大尺度结构将有利于能量输运在整体上的提高。

### 参 考 文 献

- [1] Hussain A K M F. Coherent structures-Reality and Myth [J]. *Physics Fluid*, 1983, 30: 311-327
- [2] Lumley J L. *Stochastic Tools in Turbulence* [M]. New York, Academic, 1970
- [3] L. Sirovich. Turbulence and Dynamics of Coherent Structures: I-II [J]. *Quarterly of Applied Mathematics*, 1987, 45(3): 561-591
- [4] Moin P, Moser R D. Characteristic-Eddy Decomposition of Turbulence in a Channel [J]. *J. Fluid Mech.*, 1989, 200: 471-486
- [5] Ball K S, Sirovich L, Keefe L R. Dynamical Eigenfunction Decomposition of Turbulent Channel Flow [J]. *Int. J. Numerical Methods Fluids*, 1991, 12: 585-598
- [6] Gatski T B, Glauser M N. *Proper Orthogonal Decomposition Based Turbulence Modelling. Instability, Transition and Turbulence* [M]. New York: Springer-Verlag, 1992
- [7] Tyagi M, Acharya S. Large Eddy Simulations of Flow and Heat Transfer in Rotating Ribbed Duct Flows [J]. *ASME J. Heat Transfer*, 2005, 127: 486-498
- [8] Sahan R A. Low-Order Dynamical Modelling of Natural Convective Air-Cooling System in a Vertical Channel [C]//Proc. IThERM: 7th Intersoc. Conf. Thermal Thermomech. Phenom. Electron. Syst. Piscataway, NJ, 2000, 3: 140-147