

# 轴向旋转通道内浮升力对湍流影响的直接模拟

阳祥, 李增耀, 陶文铨

(西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

**摘要:** 采用直接数值模拟方法对绕截面中心轴旋转的方通道内的充分发展湍流进行了数值模拟, 湍流雷诺数和普朗特数分别为 400 和 0.71. 为了分析浮升力对流体运动的影响, 给出了不同格拉晓芙数  $Gr$  下的主流平均速度场、温度场、二次流、湍流强度、雷诺应力等湍流统计量的分布情况, 并对旋转效应的稳定与否以及由此对湍流统计量的影响进行了分析. 结果表明: 旋转效应稳定的区域湍流受到抑制, 旋转效应不稳定的区域湍流增强, 随  $Gr$  的增加旋转效应稳定性变得更加复杂; 浮升力对流场和温度场有明显的影响, 随  $Gr$  的增加影响更加明显.

**关键词:** 方形通道; 湍流; 换热; 浮升力; 直接数值模拟

**中图分类号:** TK121 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2010)09-0011-05

## Direct Numerical Simulations on Influences of Buoyancy Forces on Turbulent Flow

YANG Xiang, LI Zengyao, TAO Wenquan

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** Direct numerical simulations were performed for a fully developed axially rotating turbulent square duct flow with a turbulent Reynolds number of 400 and a Prandtl number of 0.71. In order to analyze the influences of buoyancy forces on fluid flow, the ensemble averaged turbulent statistical quantities including velocity field, temperature field, turbulent intensity, and Reynolds stress at different Grashof numbers were presented. The stability or instability properties of rotation and their effects on the statistical quantities were also analyzed. The results show that the centrifugal buoyancy influences the averaged velocity field and temperature field significantly and the influence is more obvious with the increase in Grashof number. The centrifugal buoyancy also affects the fluctuation quantities greatly, and the fluctuation intensity increases in the instable side and decreases in the stable side.

**Keywords:** square duct; turbulence; heat transfer; buoyancy force; direct numerical simulation

旋转设备中的湍流流动与换热现象在实际工程应用中广泛存在, 如冷却空气流经燃气轮机叶片内冷却通道的传热过程等. 静止方通道内由于雷诺应力的驱动, 会产生普朗特第二类二次流流动, 尽管这类二次流相对较弱, 只有主流平均速度的 2%~3%, 但对壁面剪切应力分布和传热效果等都有重要的影响<sup>[1]</sup>, 因而研究二次流的产生、发展及应用等有较强的理论和现实意义. 旋转通道内由于存在柯氏

力和离心力, 以及由密度梯度引起的浮升力, 因此二次流的产生与发展更加复杂. 很多研究者对方通道内的流动与换热进行了大量的数值模拟研究, 如 Launder<sup>[2]</sup>采用二阶矩模型对其模拟得到了较好的结果, 文献<sup>[3]</sup>采用简化的二阶矩模型及代数应力模型对方通道内的流动与换热进行了数值模拟, 研究了雷诺应力对二次流的贡献, 文中也对过去的研究成果进行了详细的综述. 近年来, 研究者采用大涡模

拟<sup>[4-10]</sup>和直接模拟<sup>[11-13]</sup>对方通道流进行了数值模拟,但作者可查阅到的文献中大多数只对湍流流动进行了研究,关于二次流形成的影响因素及其对流体流动与传热的影响,尤其是浮升力引起的自然对流研究尚缺乏数据支持,仅文献<sup>[8,10]</sup>简单考虑了浮升力对湍流流动与换热的影响.本文采用直接模拟的方法对湍流雷诺数为400的工况进行了湍流换热的数值计算,主要研究了浮升力对场、温度场、湍流强度和雷诺应力的影响.

## 1 物理模型和数学模型

### 1.1 物理模型

本文采用如图1所示的物理模型.方形通道绕中心轴旋转,通道的高为 $H$ ,长为 $L=6H$ ,采用笛儿坐标系, $x$ 为主流流动方向, $y$ 和 $z$ 为法向和展向.在旋转过程中通道沿 $z$ 方向的两个壁面保持恒壁温且下壁面温度高,而沿 $y$ 方向的两壁面绝热.

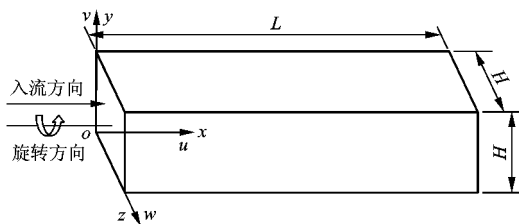


图1 物理模型示意图

### 1.2 数学模型

本文用空气做流动介质,不考虑其可压缩性,流向周期压力梯度恒定,写出其守恒方程如下<sup>[8-10]</sup>

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + F_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \frac{\partial(u_j \Theta)}{\partial x_j} = \frac{1}{Re_\tau Pr} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} \right) \quad (3)$$

$$F_i = \begin{pmatrix} 4\delta_{i1} \\ Ro_\tau \omega + \frac{Gr}{Re_\tau^2} \Theta \left[ \delta_{i2} - \frac{H\omega^2}{g} (y - y_0) \right] \\ \left[ -Ro_\tau v - \frac{Gr}{Re_\tau^2} \Theta \frac{H\omega^2}{g} (z - z_0) \right] \delta_{i3} \end{pmatrix} \quad (4)$$

式中: $u_i$ 表示速度分量; $t$ 表示时间; $p$ 为偏离平均压力的压力; $Pr$ 为普朗特数; $Re_\tau = u_\tau H/\nu$ 为湍流雷诺数; $\Theta = (T - T_c)/(T_h - T_c)$ 为温度; $Ro_\tau = 2H\Omega/u_\tau$ 为旋转数; $Gr = g\beta\Delta TH^3/\nu^2$ 为格拉晓夫数; $\omega$ 为旋

转角速度矢量 $\Omega$ 的模; $g$ 为重力加速度;源项 $F_i$ 中 $4\delta_{i1}$ 为平均压力梯度, $\delta_{i1}$ 为克罗尼克符号; $y_0, z_0$ 分别表示旋转轴的法向和展向坐标.控制方程中以 $H$ 、壁面平均摩擦速度 $u_\tau = (\tau_w/\rho)^{1/2}$ 、上下壁面温差 $\Delta T = T_h - T_c$  ( $T_h$ 表示高温, $T_c$ 表示低温)作为长度、速度和温度的特征尺度, $F_i$ 分别针对速度分量 $u, v, w$ 写出,考虑浮升力影响时采用了 Boussinesq 假设.

### 1.3 控制方程的离散及数值方法

采用投影算法求解非稳态 N-S 方程,用有限差分法离散控制方程,对流项和扩散项都采用二阶相容中心差分格式<sup>[14]</sup>,在时间离散上采用二阶显式的 Adams-Bashforth 格式<sup>[15]</sup>.网格沿流向均匀,在展向和法向采用非均匀网格并应用自动加密技术,使壁面附近的网格足够密,计算区域为 $6H \times H \times H$ ,网格数为 $256 \times 128 \times 128$ .在壁面上,速度采用无滑移边界条件,温度用恒壁温和绝热边界条件,入口和出口采用周期性边界条件.文中选用的 $Gr$ 为 $10^6, 10^7, 10^8$ ,选用的旋转数为0和5,时间步长为 $5 \times 10^{-5} H/u_\tau$ ,计算采用基于 MPI 的并行编程接口在曙光 4000 A 上完成.

## 2 计算结果及分析

图2是主流速度分布和壁面摩擦阻力因子随 $Gr$ 变化的曲线.从图2a可以看出,主流速度较好地符合了壁面定律,说明流动处于湍流状态,同时也表明了模拟结果的正确性.从图2b可以看出,摩擦阻力因子随 $Gr$ 的增加而增加,并且在右壁面附近流体与壁面的剪切更加剧烈.

图3是主雷诺切应力 $\langle u'v' \rangle$ 和热通量 $\langle u'\theta' \rangle$ 的分布.从图3a可以看出,大约以 $y=0.5$ 为分界点, $\langle u'v' \rangle$ 的分布呈现出不同的特点,当 $y < 0.5$ 时变化更剧烈,而 $y > 0.5$ 时变化比较缓和;当 $Gr=10^7$ 时, $\langle u'v' \rangle$ 几乎全部为负, $y < 0.5$ 时变化仍然很剧烈, $y > 0.5$ 时变化缓和得多.从图3b可以看出, $\langle u'\theta' \rangle$ 的分布与 $\langle u'v' \rangle$ 的分布很相似.图3b还给出了沿下底面中心线的温度分布,可见 $Gr=10^7$ 时通道中心区域的平均温度比 $Gr=10^6$ 时高,但在下底面和上顶面附近, $Gr=10^7$ 时温度梯度比 $Gr=10^6$ 时略小.

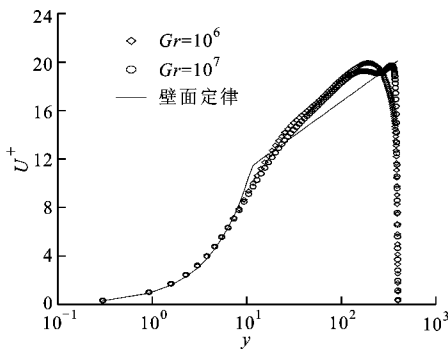
图4给出了旋转效应的稳定性分析,根据 Johnston 等的经验,可由参数 $S = -Ro_\tau/(dU/dy)$ 来判断稳定性, $S > 0$ 或 $S < -1$ 旋转作用稳定,脉动减弱, $-1 < S < 0$ 旋转作用不稳定,脉动增强<sup>[16]</sup>.由

图 4 还可以看出,随着  $Gr$  的增加,流动的稳定性变得复杂,稳定区与非稳定区之间的分界点变得模糊.

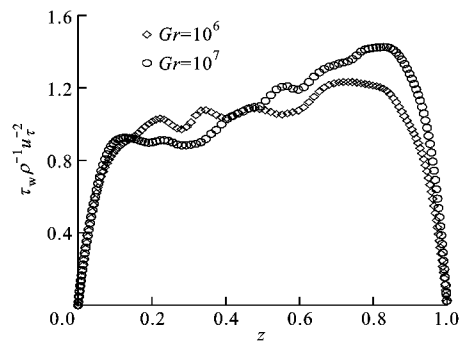
图 5 是速度脉动强度  $u_{rms}$ 、 $v_{rms}$ 、 $w_{rms}$  和温度脉动强度  $\theta_{rms}$  在不同  $Gr$  时的分布,可见随着  $Gr$  的增加,与图 4 中的稳定性分布折线相对应的不稳定区脉动强度增加,而稳定区的脉动强度下降,这与文献[8]中的结果定性一致.

图 6 给出了  $Gr=10^6, 10^7$  时平均主流速度、平均温度和平均二次流的分布,由图可看出随  $Gr$  的

增加,主流速度、温度和二次流分布都发生了明显的变化.  $Gr=10^6$  时主流速度等值线在左上角和右下角附近朝角区弯曲,说明这两个区域主流速度较高,速度梯度较大,这与图 3b 中壁面摩擦阻力因子在右边较大是一致的;相应地,等温线也发生了类似的弯曲;二次流分布由一个大涡和 4 个角涡组成,二次流强度较强.  $Gr=10^7$  时,主流速度分布曲线发生了很大的变化,由于二次流的作用很强,速度最大值的等值线向右边移动,右侧呈现明显层流化趋势;等温线

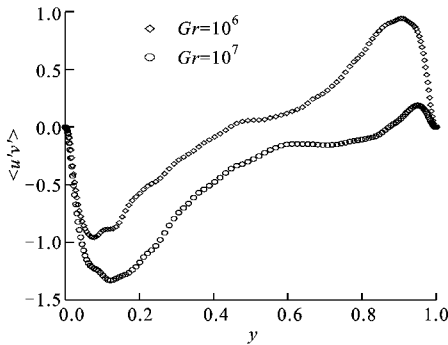


(a)主流速度沿  $z=0.5$  的分布

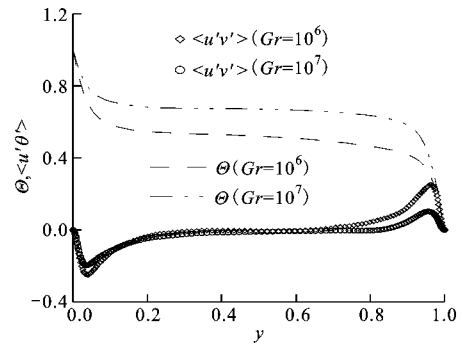


(b)摩擦阻力因子随  $Gr$  的变化

图 2 主流速度分布及摩擦阻力因子随  $Gr$  的变化

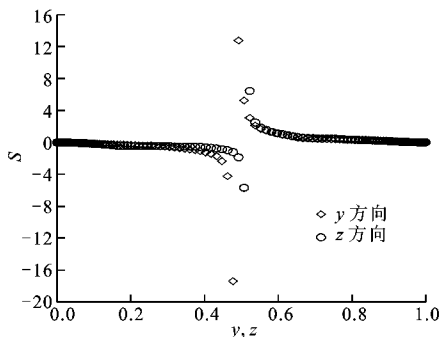


(a)雷诺切应力沿中心线的分布

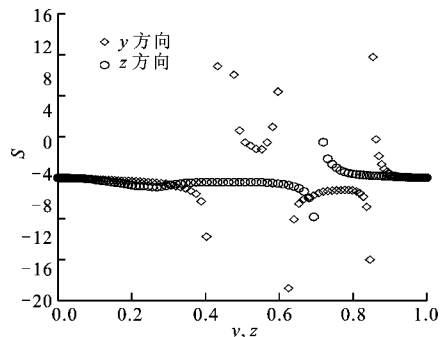


(b)湍流热通量沿中心线的分布

图 3 主雷诺切应力  $\langle u'v' \rangle$  及湍流热通量  $\langle u'\theta' \rangle$  沿壁面中心线的分布 ( $z=0.5$ )

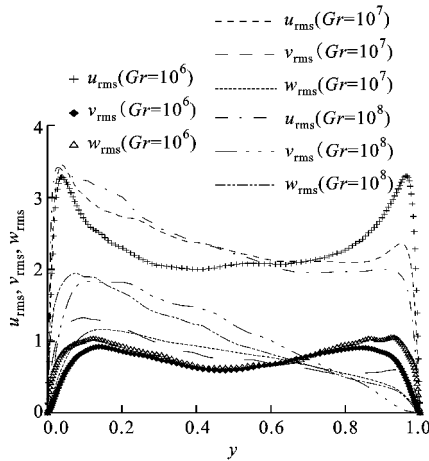


(a)  $Gr=10^6$

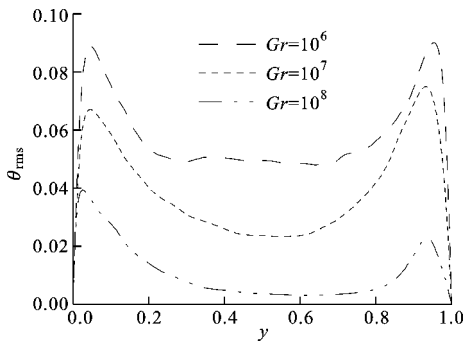


(b)  $Gr=10^7$

图 4 沿通道截面中心线的稳定性分析



(a)速度脉动强度



(b)温度脉动强度

图5 速度、温度脉动强度在不同 Gr 时的分布 (z=0.5)

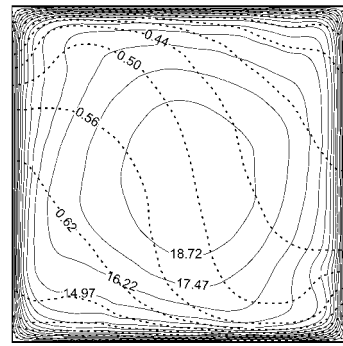
朝上明显弯曲说明中心温度偏低而左右壁面两侧温度急剧升高;截面二次流由一个大涡和左右底角附近的2个小涡组成,相比于图6b二次流明显增强,更明显的是图6d左边有一狭长区域二次流强度较弱,出现了二次流强度“不连续”的区域,可见旋转效应的稳定性起伏较大。

### 3 结论

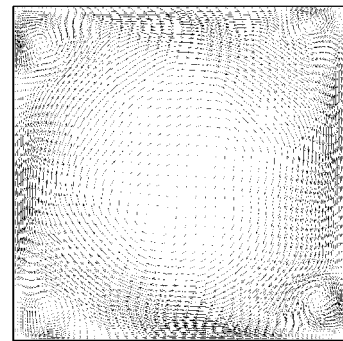
本文通过对沿轴向旋转方通道内湍流热对流的直接数值模拟,得出以下几点结论。

(1)旋转效应的稳定与否对流动有重要影响,旋转效应稳定的区域湍流受到抑制,旋转效应不稳定的区域湍流增强。随 Gr 的增加旋转效应稳定性变得更加复杂,这是由层流化和切向壁面剪切这一对矛盾的存在引起的。

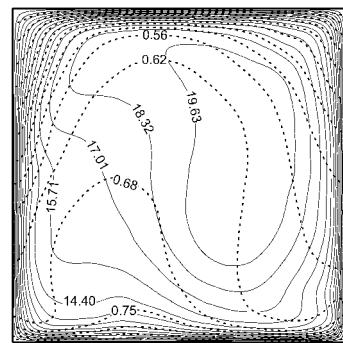
(2)由旋转引起的浮升力对平均速度场和温度场有重要的影响,速度场和温度场的分布变得不对称,这种现象随 Gr 的增加趋势更加明显。



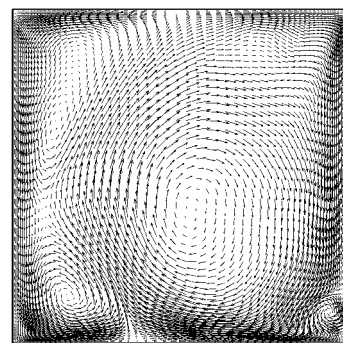
(a)平均主流速度和平均温度(Gr=10<sup>6</sup>)



(b)平均二次流(Gr=10<sup>6</sup>)



(c)平均主流速度和平均温度(Gr=10<sup>7</sup>)



(d)平均二次流(Gr=10<sup>7</sup>)

实线表示平均主流速度;虚线表示平均温度;  
箭头线表示平均二次流速度矢量

图6 不同 Gr 下平均主流速度、温度和二次流的分布

## 参考文献:

- [1] HUSER A, BIRINGEN S. Direct numerical simulation of turbulent flow in a square duct [J]. *J Fluid Mech*, 1993, 257(8):65-95.
- [2] LAUNDER B E, REECE G J, RODI W. Progress in the development of a Reynolds stress turbulence closure [J]. *J Fluid Mech*, 1975, 68(3):537-566.
- [3] DEMUREN A O, RODI W. Calculation of turbulence-driven secondary motion in non-circular ducts [J]. *J Fluid Mech*, 1984, 140(6):189-222.
- [4] ROKNI M, SUNDEN B. Numerical investigation of turbulent forced convection in ducts with rectangular and trapezoidal cross-section area by using different turbulence models [J]. *Numerical Heat Transfer: Part A*, 1996, 30(4):321-346.
- [5] KAJISHIMA T, MIYAKE Y. A discussion on eddy viscosity models on the basis of the large eddy simulation of turbulent flow in a square duct [J]. *Computers Fluids*, 1992, 21(2):151-161.
- [6] SU M D, FRIEDRICH R. Investigation of fully developed turbulent flow in a straight duct with large eddy simulation [J]. *ASME Journal of Fluids Engineering*, 1994, 116(4):677-684.
- [7] MADABHUSHI R K, VANKA S P. Large eddy simulation of turbulence-driven secondary flow in a square duct [J]. *Phys Fluids: A*, 1991, 3(11):2734-2745.
- [8] PALLARES L, DAVIDSON L. Large-eddy simulations of turbulent flow in a rotating square duct [J]. *Physics of Fluids*, 2000, 12(11):2878-2893.
- [9] PALLARES L, DAVIDSON L. Large-eddy simulations of turbulent flow in stationary and rotating square duct [J]. *Physics of Fluids*, 2002, 14(8):2804-2816.
- [10] QIN Z H, PLETCHER R H. Large eddy simulation of turbulent heat transfer in a rotating square duct [J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2006, 27(3):371-390.
- [11] GAVRILAKIS S. Numerical simulation of low-Reynolds-number turbulent flow through a straight square duct [J]. *Fluid Mech*, 1992, 244(5):101-129.
- [12] PILLER M, NOBILE E. Direct numerical simulation of turbulent heat transfer in a square duct [J]. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 2002, 12(6):658-686.
- [13] 马良栋,李光照,陶文铨,等. 矩形管道湍流换热的直接数值模拟 [J]. *工程热物理学报*, 2004, 25(6):1031-1033.
- MA Liangdong, LI Guangxi, TAO Wenquan. Direct numerical simulation of turbulent flow and heat transfer in a square duct [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2004, 25(6):1031-1033.
- [14] KAWAMURA H, ABE H, MATSUO Y. DNS of turbulent heat transfer in channel flow with respect to Reynolds and Prandtl number effects [J]. *Int J Heat Fluid Flow*, 1999, 20(3):196-207.
- [15] 邓建中,刘之行. 计算方法[M]. 2版. 西安:西安交通大学出版社, 2001.
- [16] JOHNSTON J P, HALLEN R M, LEZIUS D K. Effects of spanwise rotation on the structure of two-dimensional fully developed turbulent channel flow [J]. *J Fluid Mech*, 1972, 56(3):533-557.
- [本刊相关文献链接]
- 带60°肋和出流孔的矩形通道端壁换热特性研究. *西安交通大学学报*, 2010, 44(5):116-119.
- 旋转矩形通道内湍流雷诺应力分析. *西安交通大学学报*, 2009, 43(7):6-10.
- 旋转矩形通道内湍流流动与换热的直接数值模拟. *西安交通大学学报*, 2009, 43(5):13-17.
- 竖直矩形窄通道空气自然对流换热特性的实验研究. *西安交通大学学报*, 2009, 43(3):10-13.
- 求解对流换热反问题的低阶模型. *西安交通大学学报*, 2009, 43(3):14-16.
- 具有截面自然对流通道内湍流换热的直接数值模拟. *西安交通大学学报*, 2007, 41(3):367-371.
- 纵向涡强化通道内换热的数值研究及机理分析. *西安交通大学学报*, 2006, 40(9):996-1001.
- 纵向涡发生器对矩形窄通道内对流换热的影响. *西安交通大学学报*, 2006, 40(9):1010-1013.
- 矩形通道内置加热板混合对流的实验研究. *西安交通大学学报*, 2006, 40(7):753-756.
- 纵向涡强化换热的数值研究及场协同原理分析. *西安交通大学学报*, 2006, 40(7):757-761.
- 矩形窄缝通道泡状流向弹状流流型转化研究. *西安交通大学学报*, 2006, 40(7):781-784.
- 环形窄缝通道内弥散流换热的理论计算. *西安交通大学学报*, 2006, 40(5):518-521.

(编辑 荆树蓉)