

旋转矩形通道内湍流雷诺应力分析

马良栋^{1,2}, 李增耀¹, 陶文铨¹

(1. 西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安; 2. 大连理工大学土木水利学院, 116024, 辽宁大连)

摘要: 采用直接数值模拟方法对旋转矩形通道内的湍流流动和换热进行了研究. 非稳态 N-S 方程的空间离散采用二阶中心差分法, 时间推进采用二阶显式 Adams-Bashforth 格式. 通过分析近壁湍流雷诺应力输运方程各项的分布以及比较壁面附近湍流生成和耗散强度, 讨论了科氏力对湍流脉动的影响. 结果表明: 系统旋转效应增强了压力面附近的湍流生成、黏性耗散、黏性扩散、湍流扩散及压力应变相关项和压力速度扩散项, 而在吸力面附近, 雷诺应力输运方程中各项因旋转而受到强烈抑制.

关键词: 旋转; 湍流; 雷诺应力; 直接数值模拟

中图分类号: TK124 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)07-0006-05

Analysis of Turbulent Reynolds Stresses in Rotating Square Duct along Its Spanwise Direction

MA Liangdong^{1,2}, LI Zengyao¹, TAO Wenquan¹

(1. School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. School of Civil and Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

Abstract: The direct numerical simulation is performed to investigate the turbulent flow and heat transfer in a square duct rotating along its spanwise direction. The spatial terms in the governing equations are discretized by the second order central difference scheme and the time terms are discretized by the Adams-Bashforth scheme. The influence of the Coriolis force on turbulent fluctuation is explored by the analysis on the distribution of all terms in the Reynolds stresses transport equation and the comparison of the turbulence generation with dissipation rate near the wall. The results show that, near the pressure wall, the generation and dissipation terms in the Reynolds stress transport equation, the turbulent diffusion, molecular diffusion, pressure-strain, and the pressure diffusion are all enhanced because of the rotation effect of the system. However, in the suction wall region, all the turbulence generation, dissipation and other terms in the Reynolds stresses transport equation are depressed significantly.

Keywords: rotation; turbulence; Reynolds stress; direct numerical simulation

在旋转系统下流体会受到科氏力和离心力的作用, 湍流特性会有很大不同. 科氏力对湍流流动的影响有两种效应: 如果流动存在垂直于旋转轴的平均涡量, 这时科氏力将产生垂直于平均流动方向的二次流动; 如果流动存在平行于旋转轴的平均涡量, 则科氏力对湍流有增强和减弱作用^[1]. 对于旋转湍流,

许多研究者做了大量的数值模拟研究^[2-6]. Pallares 和 Davidson^[7-8] 对旋转矩形通道内的湍流流动和换热进行了大涡模拟研究, 然而在旋转湍流中, 亚格子模型(SGS)应满足渐进物性坐标不变性(AMFI)条件^[1]. 目前常用的 SGS 模型(如 SM、DSM 等)均不能满足 AMFI 条件, 因此有必要对两个方向各向异

收稿日期: 2008-09-12. 作者简介: 马良栋(1976-), 男, 博士; 李增耀(联系人), 男, 副教授. 基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(50636050); 国家重点基础研究发展规划资助项目(G2007CB206902).

性的旋转湍流进行直接数值模拟研究. 雷诺应力输运方程中各相关项的模拟一直是构造雷诺应力模型湍流模式的重要内容, 直接数值模拟的数据为研究与确定雷诺应力输运方程中各项的贡献提供了可靠的数据, 同时为构造湍流控制方程的封闭模式提供了依据. 本文采用直接数值模拟的方法, 通过分析近壁湍流雷诺应力输运方程各项的分布以及比较壁面附近湍流生成和耗散的强度, 讨论科氏力对湍流脉动的影响.

1 物理数学模型

本文对轴向旋转径向出流情况进行了研究, 并采用与文献[9]相同的物理数学模型、计算条件、计算区域和网格划分.

2 结果分析

2.1 脉动速度湍流统计量

科氏力的作用直接影响湍流的发展和演化, 使湍流层流化或强化等, 这些影响将通过湍流脉动强度的减弱或增强及其他湍流统计量的分布特征来体现. 图 1 给出了不同旋转数下流向及展向的湍流脉动速度强度分布. 从图中可以看出, 流向、展向的湍流脉动强度在不同的旋转数下明显不同. 由图 1a 可知, 由于系统的旋转效应使得矩形管道的吸力壁面和压力壁面附近流向湍流强度 u_{rms} 不对称, 随旋转数的增大, 这种不对称性变得更加明显. 这主要是由于旋转使得吸力面和压力面上流动剪切强度不对称引起的^[1]. 在吸力面附近, u_{rms} 随旋转数的增大而减小. 这主要是由于在吸力面附近, 平均流速梯度 $(\partial u/\partial z)$ 减小, 从而使得雷诺应力 $\langle u'u' \rangle$ 的产生项减弱. 在压力面附近, 主流湍流强度的峰值随旋转数的增大而单调增加, 因为在此区域附近, 主流速度梯度 $(\partial u/\partial z)$ 增大, 使得雷诺应力 $\langle u'u' \rangle$ 的产生项增强, 这在下面雷诺应力分布的分析中还将进一步说明.

从图 1b、1c 可以看出, 展向(y 和 z 方向)的湍

流强度随旋转数的增大其不对称性也变得更加明显. 在吸力面附近, 展向湍流强度 v_{rms} 和 w_{rms} 均单调减小, 系统的旋转效应抑制了展向湍流脉动, 而在压力面附近, 展向湍流强度的变化不大, 这与平板在旋转系统中展向湍流强度的分布是不一样的. 系统旋转产生的科氏力对湍动能的生成为 0, 只负责湍动能在不同湍流脉动间的再分配. 由文献[7]可知, 对于雷诺应力方程 $\langle v'v' \rangle$ 和 $\langle w'w' \rangle$, 旋转对雷诺应力的影响分别为 0 和 $2Ro\tau_z \langle u'w' \rangle$, 其生成项分别为 $-2(\langle v'v' \rangle \partial \langle v \rangle / \partial y + \langle v'w' \rangle \partial \langle v \rangle / \partial z)$ 和 $-2(\langle v'w' \rangle \partial \langle w \rangle / \partial y + \langle w'w' \rangle \partial \langle w \rangle / \partial z)$. 由于雷诺应力 $\langle v'w' \rangle$ 及二次流速度梯度 $(\partial \langle v \rangle / \partial y, \partial \langle v \rangle / \partial z, \partial \langle w \rangle / \partial y, \partial \langle w \rangle / \partial z)$ 很小, 在旋转数很小的情况下, 其展向湍流脉动的产生主要由雷诺应力的再分配项(压力应变相关项)提供

$$\pi_{ij} = \left[\rho' \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (1)$$

式中: π_{ij} 的对角线分量 π_{ii} 表示各湍动能分量之间的传递. 在系统不旋转时, 与文献[10]大涡模拟(LES)数据相比, 壁面附近直接数值模拟的结果是 u_{rms} 偏小, 而 v_{rms} 和 w_{rms} 偏大.

图 2 和图 3 分别给出了旋转数为 0 和 1.5 时, 压力应变相关项的主对角线各分量 π_{11} 、 π_{22} 、 π_{33} 沿 $y = 0.5$ 的分布趋势. 从图中可以看出, 主流分量 π_{11} 均小于 0, 说明主流湍流脉动失去能量, 向展向湍流脉动传递能量, 而 π_{22} 在近壁面附近的峰值要大于 π_{33} , 这是由壁面效应引起的. 在壁面上, 速度 w 迅速减小至 0, 引起能量的损失.

从图 2 和图 3 中也可以看出, 在近壁面附近 π_{33} 小于 0. 这说明在此附近区域, w 方向的湍流脉动也损失能量, 即主流方向和 w 方向的湍流脉动能传递给了 v 方向的湍流脉动.

2.2 雷诺应力输运方程预测

雷诺应力输运方程可以写成

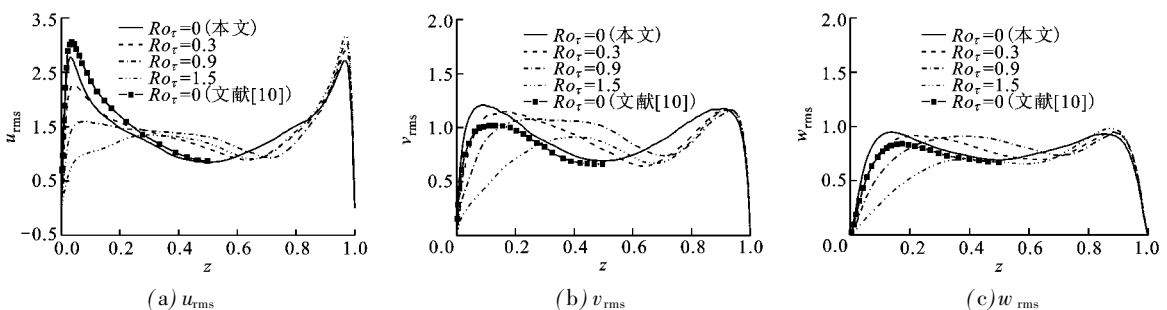
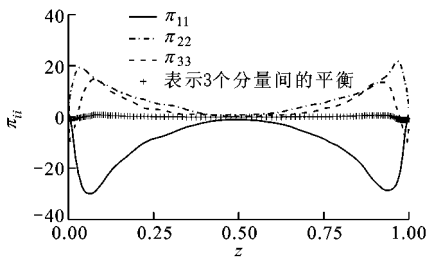
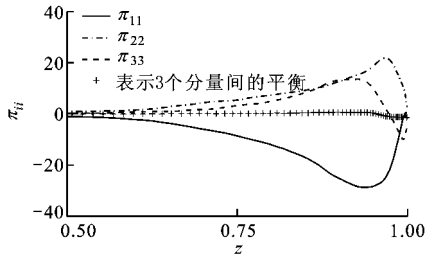


图 1 脉动速度强度沿 $y = 0.5$ 的分布

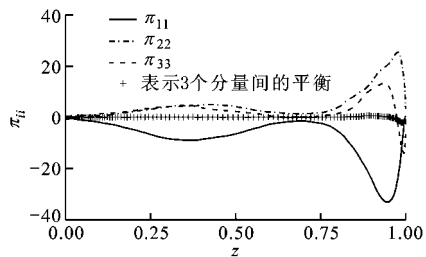


(a) 全坐标下的分布

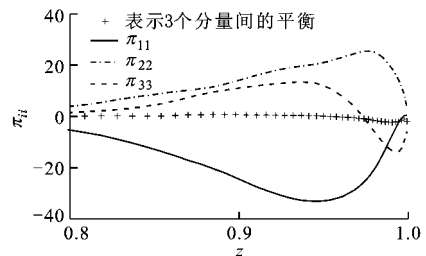


(b) 压力侧面近壁面附近的分布

图2 压力应变相关项沿 $y = 0.5$ 的分布 ($Ro\tau = 0$)



(a) 全坐标下的分布



(b) 压力侧面近壁面附近的分布

图3 压力应变相关项沿 $y = 0.5$ 的分布 ($Ro\tau = 1.5$)

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{1}{Re\tau} \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{Re\tau} \langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \rangle - \frac{e_{ijk} Ro\tau \langle u'_k u'_j \rangle + e_{jlk} Ro\tau \langle u'_k u'_i \rangle}{N_{ij}} \quad (2)$$

为了方便,文中把方程(2)右边各项分别简称为PR(雷诺应力产生项 P_{ij})、PS(压力应变相关项 π_{ij})、PV(压力速度扩散项 Π_{ij})、TD(湍流扩散 T_{ij})、VD(黏性扩散 D_{ij})、DS(耗散率 ϵ_{ij})、CO(科氏力速度相关项 N_{ij})。

图4给出了由直接模拟获得的雷诺应力 $\langle u'_i u'_j \rangle$ 输运方程中各项的分布.从图中可以看出, $\langle u'_i u'_j \rangle$ 主要靠黏性扩散的作用获得能量.当 $z^+ = 12$ 左右时,雷诺应力产生项达到最大值.当 $z^+ < 8$ 时,湍流扩散 T_{11} 大于0,为雷诺应力的产生提供能量,而当 $z^+ > 8$ 时, T_{11} 小于0,其作用与黏性耗散相似,它们的共同作用平衡雷诺应力的产生项.从图中还可以看出, π_{11} 小于0,为雷诺应力 $\langle v'_i v'_j \rangle$ 和 $\langle w'_i w'_j \rangle$ 提供能量.在压力壁面,由于系统旋转增强了主流平均速度梯度 $\partial u / \partial z$,由 P_{11} 的表达式可知,系统旋转增强了压力壁面湍流的生成,与生成项相比,科氏力速度相关项 N_{11} 很小.在吸力侧面, ϵ_{11} 及 D_{11} 因系统的旋转而减弱。

图5给出了雷诺应力 $\langle v'_i v'_j \rangle$ 输运方程中各项的分布.从图5c可以看出:在压力壁面附近 ($z^+ < 4$ 左右),主要是 ϵ_{22} 与 D_{22} 相平衡,即在此区域,主要是分子扩散为湍流的生成提供能量;离开壁面后,压力应变相关项 π_{22} 增大,在 $z^+ = 12$ 左右时达到最大值,此区域主要是 π_{22} 与 ϵ_{22} 相平衡,即 π_{22} 为湍流的生成提供能量。

图5表明,湍流生成项 P_{22} 及其他相关项均很小.旋转效应是通过改变 π_{22} 来间接影响雷诺应力 $\langle v'_i v'_j \rangle$ 生成的,即对于 $\langle v'_i v'_j \rangle$ 而言, π_{22} 相当于一个生成项^[1].系统旋转增强了压力壁面附近的 π_{22} ,因而增强了 $\langle v'_i v'_j \rangle$ 在此区域的生成,而在吸力壁面附近,系统旋转抑制了 π_{22} ,从而减弱了此区域湍流的生成。

图6给出了雷诺应力 $\langle w'_i w'_j \rangle$ 输运方程中各项的分布.由图6c可知,在 $z^+ < 12$ 的近壁面区域, $\langle w'_i w'_j \rangle$ 输运方程中 Π_{33} 与 π_{33} 相平衡,起主导作用,其他各项均很小,其中压力速度扩散项为 $\langle w'_i w'_j \rangle$ 提供能量,而压力应变相关项耗散能量.但是,当 $z^+ > 12$ 时,压力应变相关项大于0,为 $\langle w'_i w'_j \rangle$ 提供能量,与 ϵ_{33} 、 T_{11} 及其他各项相平衡.在输运方程中,与其

$$\frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial t} + \langle u_k \rangle \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_k} = \underbrace{- \langle u'_j u'_k \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_k} - \langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_k}}_{P_{ij}} + \underbrace{\left\langle \frac{p'}{\rho} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \right\rangle}_{\pi_{ij}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\left\langle \frac{p' u'_i}{\rho} \right\rangle \delta_{jk} + \left\langle \frac{p' u'_j}{\rho} \right\rangle \delta_{ik} \right)}_{\Pi_{ij}} - \underbrace{\frac{\partial \langle u'_i u'_j u'_k \rangle}{\partial x_k}}_{T_{ij}} +$$

他各项相比, 旋转对雷诺应力的影响 N_{33} 不能忽略, 尤其是在高旋转数时管道的中心区域. 根据方程(2)可知, 旋转对 $\langle u'w' \rangle$ 的影响 $N_{33} = 2Ro\tau_2 \langle u'w' \rangle$.

图 7 给出了雷诺应力 $\langle u'w' \rangle$ 输运方程中各项的分布. 从图中可以看出, 在吸力面侧 $z^+ < 10$ 的近壁面区域内, 压力速度扩散项与压力应变相关项相平衡, 在压力面侧, 压力速度扩散项与压力应变相关项增大. 从图中还可以看出, 在两侧壁面附近, P_{13} 异

号. 由 P_{13} 的表达式可知, $\langle w'u' \rangle \partial \langle u \rangle / \partial z$ 在 P_{13} 中起主要作用. 由于主流平均速度梯度 $\partial \langle u \rangle / \partial z$ 在壁面两侧的符号相反, 系统的旋转效应导致 $\langle w'u' \rangle$ 和 $\partial \langle u \rangle / \partial z$ 在压力面侧均增大, 因此与无旋转时相比, P_{13} 在此区域内显著增大. 对于雷诺应力 $\langle u'w' \rangle$ 输运方程而言, 旋转对雷诺应力的影响 $N_{13} = Ro\tau_2 (\langle u'u' \rangle - \langle w'w' \rangle)$, 受主流及 z 方向湍流强度的影响.

图 8 给出了雷诺应力 $\langle u'v' \rangle$ 输运方程中各项沿

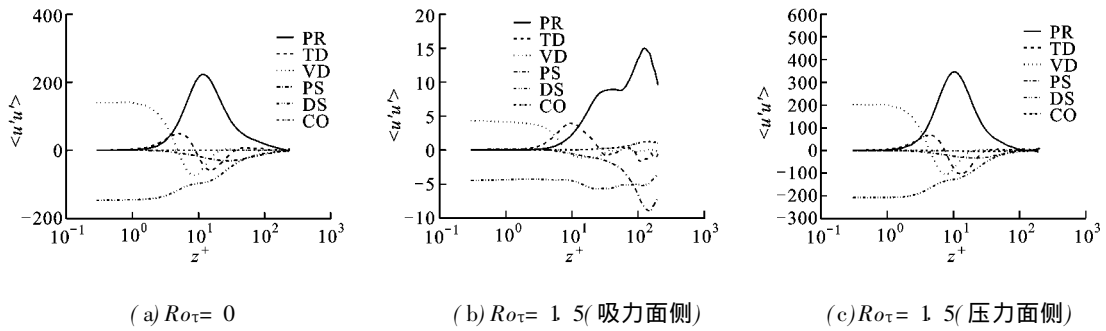


图 4 雷诺应力 $\langle u'u' \rangle$ 输运方程中各项的分布 ($y = 0.5$)

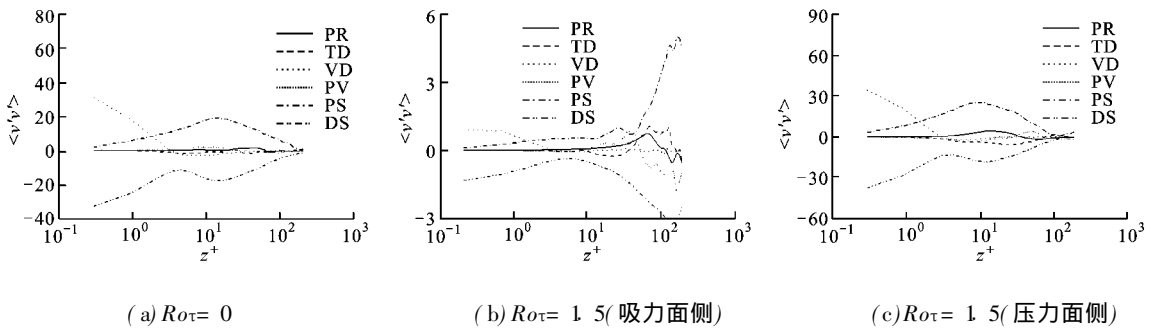


图 5 雷诺应力 $\langle v'v' \rangle$ 输运方程中各项的分布 ($y = 0.5$)

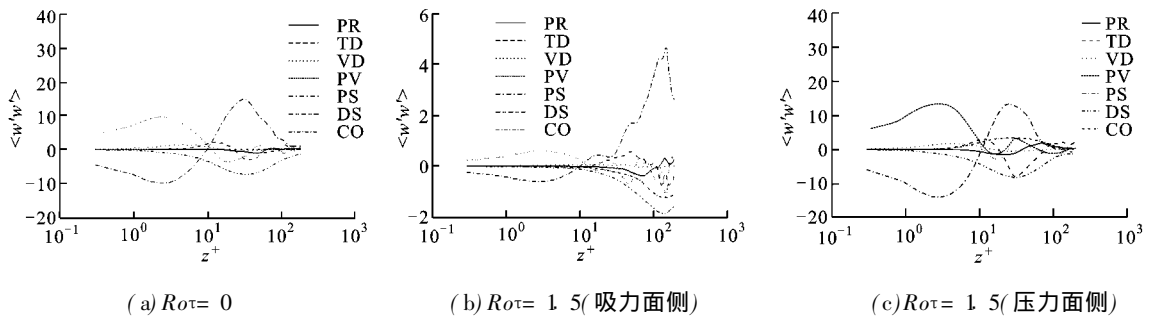


图 6 雷诺应力 $\langle w'w' \rangle$ 输运方程中各项的分布 ($y = 0.5$)

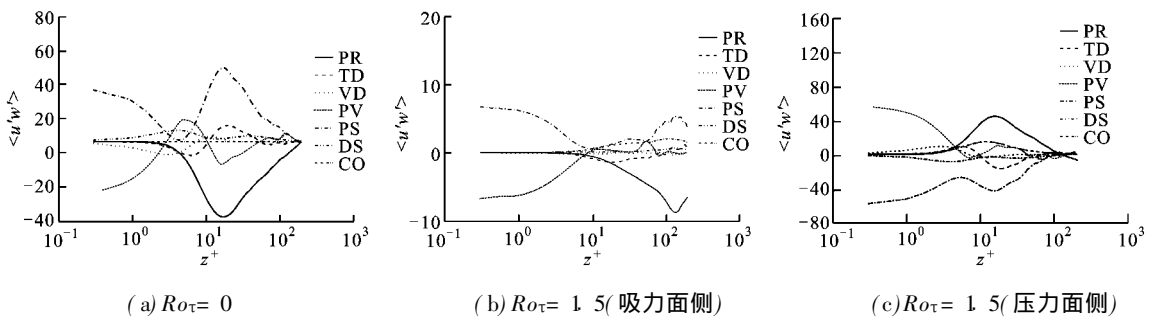


图 7 雷诺应力 $\langle u'w' \rangle$ 输运方程中各项的分布 ($y = 0.5$)

$z = 0.5$ 的分布. 在旋转作用下, 壁面附近的压力应变相关项与科氏力速度相关项减小, 但趋于 0 的极值点向远离壁面方向移动, 达到 $y^+ = 10$ 附近. 在缓冲区内, 其他各项的作用均增大.

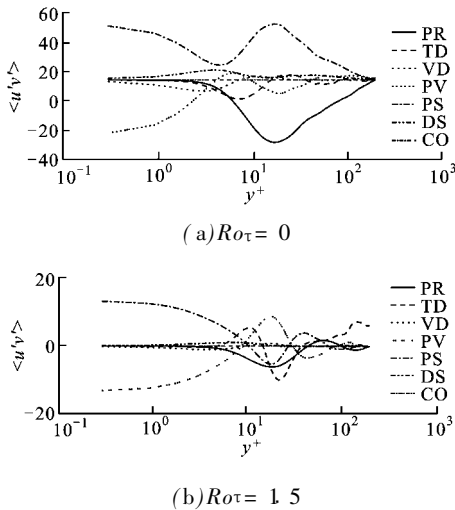


图8 雷诺应力 $\langle u'v' \rangle$ 输运方程中各项的分布($z = 0.5$)

3 结论

本文通过直接数值模拟的方法对旋转矩形通道内的湍流流动进行了研究, 分析了通道的吸力面和压力面附近的湍流特性以及近壁面附近雷诺应力输运方程各项的分布, 讨论了科氏力对湍流脉动的影响. 结果表明: 在旋转作用下, 吸力壁面的湍动能减小, 而压力面附近湍动能增大, 展向湍流脉动的产生主要由雷诺应力的再分配项提供; 系统旋转效应增强了压力面附近的湍流生成及黏性耗散, 并且黏性扩散、湍流扩散、压力应变相关项和压力速度扩散项也增强, 而在吸力面附近, 雷诺应力输运方程中各项因旋转而受到强烈抑制.

参考文献:

[1] 刘难生. 旋转湍流的直接数值模拟和大涡模拟研究

[D]. 合肥: 中国科学技术大学力学与机械工程系, 2003.

- [2] LAUNDER B E, TSELEPIDAKIS D P, YOUNIS B A. A second moment closure study of rotating channel flow [J]. *J Fluid Mech*, 1987, 183: 63-75.
- [3] MIYAKE Y, KAJISHIMA T. Numerical simulation of the effects of Coriolis force on the structure of turbulence [J]. *Bull JSME*, 1986, 29(256): 3347-3351.
- [4] NAKABAYSHI K, KITO O. Low Reynolds number fully developed two dimensional turbulent channel flow with system rotation [J]. *J Fluid Mech*, 1996, 315: 1-29.
- [5] PIOMELLI U, LIU J. Large eddy simulation of rotating channel flows using a localized dynamic model [J]. *Physics Fluids*, 1995, 7(4): 839-848.
- [6] 李光熙. 湍流的直接模拟及微尺度流动和换热研究 [D]. 西安: 西安交通大学能源与动力工程学院, 2005.
- [7] PALLARES J, DAVIDSON L. Large eddy simulations of turbulent flow in a rotating square duct [J]. *Physics of Fluids*, 2000, 12(11): 2878-2894.
- [8] PALLARES J, DAVIDSON L. Large eddy simulations of turbulent heat transfer in a stationary and rotating square duct [J]. *Physics of Fluids*, 2002, 14(8): 2804-2816.
- [9] 马良栋, 李增耀, 陶文铨. 旋转矩形通道内湍流流动与换热的直接数值模拟 [J]. *西安交通大学学报*, 2009, 43(5): 13-17.
- MA Liangdong, LI Zengyao, TAO Wenquan. Direct numerical simulation of turbulent flow and heat transfer in a square duct rotating along its spanwise direction [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2009, 43(5): 13-17.
- [10] KAJISHIMA T, MIYAKE Y. A discussion on eddy viscosity models on the basis of the large eddy simulation of turbulent flow in a square duct [J]. *Computers Fluids*, 1992, 21(2): 151-161.

(编辑 荆树蓉)

[本刊相关文献链接]

带内嵌固体的不可压缩气液两相界面流数值模拟方法. *西安交通大学学报*, 2008, 42(9): 1151-1155.

竖直环管内低压水过冷沸腾数值模拟. *西安交通大学学报*, 2008, 42(7): 855-859.

金属泡沫管内强制对流换热的数值模拟. *西安交通大学学报*, 2008, 42(3): 261-264.

考虑颗粒尾涡效应的二阶矩两相湍流模型. *西安交通大学学报*, 2007, 41(11): 1348-1350.

具有截面自然对流通道内湍流换热的直接数值模拟. *西安交通大学学报*, 2007, 41(3): 367-371.

高雷诺数下双圆柱绕流诱发振动的数值模拟. *西安交通大学学报*, 2007, 41(1): 101-105.