

高密度和高粘度比率下气液两相流动的数值模拟

孙东亮 陶文铨

(西安交通大学动力工程多相流国家重点实验室, 陕西 西安 710049)

摘要 本文在 VOF 方法的基础上, 采用粗细两套网格对高密度和高粘度比率下的气液两相流动模拟进行了研究分析。在细网格中求解流体体积函数方程, 在粗网格中采用交错网格求解动量方程和压力修正方程, 通过粗细网格间的数据传递获得求解动量方程时需要的准确的界面密度和粘度及控制体密度, 克服了高密度和高粘度比率下通过插值方法计算界面密度和粘度及控制体密度带来较大误差的困难, 保证了质量和动量同时守恒。高密度和高粘度比率下气液两相流动中气液交界面处密度、速度和压力急剧变化, 为了保证格式的有界性和稳定性, 采用稳定的有界高阶组合格式 STOIC。最后模拟了不同工况下气泡在液体中的运动, 并通过实验和模拟结果验证了方法的可行性及准确性。

关键词 VOF 方法; 粗细网格; 气液两相流动

中图分类号: TK124 文献标识码: A 文章编号: 0253-231X(2007)04-0667-03

NUMERICAL SIMULATION OF GAS-LIQUID TWO-PHASE FLOWS WITH LARGE DENSITY AND VISCOSITY RATIOS

SUN Dong-Liang TAO Wen-Quan

(The State Key Lab. of Multiphase Flow in Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract In this paper, on the basis of the VOF method two sets of grid systems, coarse and fine, are adopted to simulate gas-liquid two-phase flows with large density and viscosity variations. The advection equation of volume fraction is solved on the fine grid system; the momentum and pressure correction equations are solved on the coarse staggered grid system. The accurate densities and viscosities at control volume and its faces used in the process of solving the momentum equations can be calculated by the mutual exchanges of data between the coarse and fine grid systems, which decreases the errors caused by the traditional linear interpolation method and guarantees the exact satisfaction of both momentum and continuity equations. In the gas-liquid two-phase flows the densities, viscosities and velocities have the sharp gradient, hence, the STOIC scheme is adopted, which possesses the characteristics of stability, boundedness and high accuracy. Finally applications of the numerical method to predict the single gas bubble rising and the co-axial and oblique coalescence of two gas bubbles in quiescent liquids are presented. The bubble terminal velocities and shapes are in good agreement with the available experimental results.

Key words volume of fluid method; coarse and fine grid systems; gas-liquid two-phase flows

1 引言

VOF 方法是 Hirt 和 Nichols 在 1981 年首先提出的, 在随后的二十多年中 VOF 方法得到了长足的发展。但传统的 VOF 方法在模拟高密度和高粘度比率下气液两相流动时会出现求解不稳定, 收敛困难, 误差较大等问题, 所以在模拟分析中一般采用较低的密度和粘度比率。本文采用粗细两套网格对高密度和高粘度比率下的气液两相流动模拟进行了研究分

析, 通过粗细网格间的数据传递获得求解动量方程时需要的准确的界面密度和粘度及控制体密度, 为了保证格式的有界性和稳定性, 采用稳定的有界高阶组合格式 STOIC, 表面张力采用了 CSF 模型, 最后模拟了不同工况下气泡在液体中的运动, 并通过实验结果验证了方法的可行性及准确性。

2 控制方程

求解气液两相流动的控制方程为:

收稿日期: 2007-01-11; 修订日期: 2007-04-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.50476046; No.50636050)

作者简介: 孙东亮 (1977-), 男, 河北张家口人, 博士, 主要从事强化传热与高效数值模拟方面的研究。

流体体积函数方程

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}c) = 0 \quad (1)$$

动量方程

$$\frac{\partial \rho \vec{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U} \vec{U}) = -\nabla P + \nabla \cdot \tau + \rho \vec{g} + \vec{F}_s \quad (2)$$

连续性方程

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (3)$$

3 数值模拟方法

如图 1 所示, 计算中采用粗细两套网格^[1], 粗网格中的物理量采用大写字母表示, 如 U, V, C, I, J , 细网格中的物理量采用小写字母表示, 如 u, v, c, i, j , 每个粗网格可以划分为四个细网格。本文数值模拟方法的分析就在如图 1 所示的网格系统中进行。

3.1 求解控制方程的算法

本文采用抛射法 (Projection method) 求解描述气液两相流动的控制方程, 计算分为四步:

第一步: 求解流体体积函数方程

$$c^{n+1} = c^n - \delta t \nabla \cdot (c^n \vec{u}^n) \quad (4)$$

第二步: 求解动量方程:

$$\rho^{n+1} \vec{U}^n = \rho^n \vec{U}^n + \delta t \{ -\nabla \cdot (\rho^n \vec{U}^n \vec{U}^n) - \nabla P^n + \nabla \cdot \tau^n + \rho^n \vec{g}^n + \vec{F}_s^n \} \quad (5)$$

第三步: 求解压力修正方程

$$\nabla \cdot (\nabla P' / \rho^{n+1}) = (\nabla \cdot \vec{U}^n) / \delta t \quad (6)$$

第四步: 求下一时层的速度和压力

$$\vec{U}^{n+1} = \vec{U}^n - \delta t \nabla P' / \rho^{n+1}, \quad P^{n+1} = P^n + P' \quad (7)$$

3.2 求解流体体积函数方程

本文采用 Youngs 的 PLIC 方法^[2] 求解流体体积函数方程, 为了减少由于质量不完全守恒带来的误差, 对式 (4) 进行如下修正:

$$c^{n+1} = c^n - \delta t \nabla \cdot (c^n \vec{u}^n) + \delta t c^n \nabla \cdot (\vec{u}^n)$$

方程 (4) 中使用的速度 u, v 通过粗网格上的速度 U, V 插值获得, 为了保证在细网格上的质量守恒, 采用如下方法插值:

$$\begin{cases} u_{2i+1,2j} = u_{2i+1,2j-1} = U_{I+1,J}, \\ u_{2i,2j} = u_{2i,2j-1} = (U_{I+1,J} + U_{I,J})/2 \\ v_{2i,2j+1} = v_{2i-1,2j+1} = V_{I,J+1}, \\ v_{2i,2j} = v_{2i-1,2j} = (V_{I,J+1} + V_{I,J})/2 \end{cases} \quad (8)$$

通过求解流体体积函数方程可以获得 (1) 下一时层细网格的流体体积函数 c ; (2) 流出细网格每个界面的流体的体积函数 \hat{c} , 如图 1 所示, 灰色阴影区域为细网格 $(2i+1, 2j)$, $(2i+1, 2j-1)$ 右界面在 δt 时间内流出流体的体积, 灰色阴影区域内斜线部分为流出流体中气体部分, 斜线部分的面积与阴影区域的面积比值即为流出细网格界面的流体的体积函数 $\hat{c}_{2i+3/2,2j}$, $\hat{c}_{2i+3/2,2j-1}$ 。

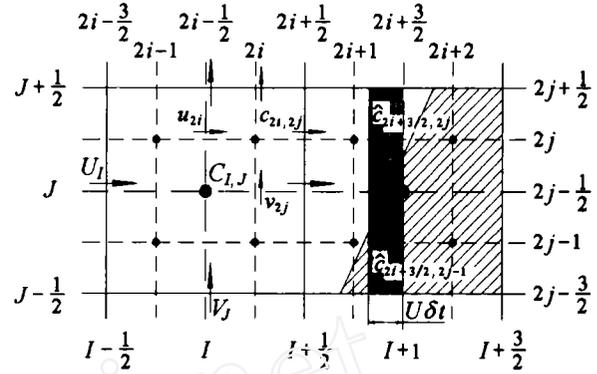


图 1 粗细网格及变量分布示意图

根据在细网格中计算得到的流体体积函数可以计算出粗网格上所需要的物理量:

(1) 根据细网格中的流体体积函数 c 可得粗网格上主节点及 U, V 节点处控制容积内的流体体积函数 C 和密度 ρ , 如

$$C_{I,J} = (c_{2i,2j} + c_{2i-1,2j} + c_{2i,2j-1} + c_{2i-1,2j-1})/4$$

$$\rho_{I,J} = C_{I,J} \rho_g + (1 - C_{I,J}) \rho_l \quad (9)$$

$$C_{I+1/2,J} = (c_{2i,2j} + c_{2i+1,2j} + c_{2i,2j-1} + c_{2i+1,2j-1})/4$$

$$\rho_{I+1/2,J} = C_{I+1/2,J} \rho_g + (1 - C_{I+1/2,J}) \rho_l \quad (10)$$

$$C_{I,J+1/2} = (c_{2i,2j} + c_{2i,2j+1} + c_{2i-1,2j} + c_{2i-1,2j+1})/4$$

$$\rho_{I,J+1/2} = C_{I,J+1/2} \rho_g + (1 - C_{I,J+1/2}) \rho_l \quad (11)$$

(2) 根据细网格中计算得到的流出每个界面的流体体积函数 \hat{c} 可以计算出粗网格上 U, V 节点处控制容积每个界面流出液体的平均密度 $\hat{\rho}$ 和平均粘度 $\hat{\eta}$, 如

$$\hat{\rho}_{I+1,J} = \{ [\hat{c}_{2i+3/2,2j-1} \rho_g + (1 - \hat{c}_{2i+3/2,2j-1}) \rho_l] + [\hat{c}_{2i+3/2,2j} \rho_g + (1 - \hat{c}_{2i+3/2,2j}) \rho_l] \} / 2 \quad (12)$$

$$\hat{\eta}_{I+1,J} = \{ [\hat{c}_{2i+3/2,2j-1} \eta_g + (1 - \hat{c}_{2i+3/2,2j-1}) \eta_l] + [\hat{c}_{2i+3/2,2j} \eta_g + (1 - \hat{c}_{2i+3/2,2j}) \eta_l] \} / 2 \quad (13)$$

其中下标 g 表示气体, l 表示液体。

3.3 求解动量方程

3.3.1 对流项处理方法 对于高密度比率的气液两相流动, 气液交界面处密度变化剧烈, 为了保证质量和动量方程同时保持守恒, 并保持解的稳定和有界, 需满足以下两点要求:

(1) 准确计算控制体界面处的密度和流量

由式 (12) 可以计算出速度 U, V 控制体界面处 δt 时间内流出流体的准确平均密度, 从而可以计算出控制体界面处的界面流量 F , 即平均密度与界面处速度的乘积。

(2) 采用稳定的有界高阶组合格式

本文采用稳定的有界高阶组合格式 STOIC, 实施方法在文献 [3] 中有详细说明。

3.3.2 粘性项处理方法 粘性项 $\nabla \cdot \tau$ 表示为

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \tau_{I+1/2, J} = & \frac{1}{\delta x} (\hat{\eta}_{I+1, J} S_{I+1, J}^{xx} - \hat{\eta}_{I, J} S_{I, J}^{xx}) + \\ & \frac{1}{\delta y} (\hat{\eta}_{I+1/2, J+1/2} S_{I+1/2, J+1/2}^{xy} - \\ & \hat{\eta}_{I+1/2, J-1/2} S_{I+1/2, J-1/2}^{xy}) \end{aligned} \quad (14)$$

式中界面处的平均粘度 $\hat{\eta}$ 可按公式 (13) 计算。

3.3.3 表面张力处理 气液交界面处的表面张力为表面力, 通过 CSF 模型转换为体积力 \vec{F}_s 。

表 1 不同 M 和 Eo 数下的实验和模拟结果

	M_s	Eo	Re_G	Re_A	Re_S	气泡终端形状描述
A	0.001	1.0	1.7	1.6	1.75	球状
B	0.1	10.0	4.6	4.3	4.3	椭球状
C	1.0	100.0	20.0	18.0	18.2	裙带状
D	1000	100.0	1.5	1.7	1.7	内凹椭球帽状

4 模拟结果分析

在尺寸为 $0.04 \text{ m} \times 0.08 \text{ m}$ 的长方形容容器中对直径为 0.01 m 的单个气泡的上升运动过程进行了模拟, 边界条件为无滑移条件, 密度和粘度比率为 1:1000。描述气泡运动特性的无量纲准则数为:

$$\begin{aligned} M = (g\mu_l^4 \Delta\rho) / (\rho_l^2 \sigma^3), \quad Eo = (g\Delta\rho d_b^2) / \sigma, \\ Re = (\rho_l v_\infty d_b) / \mu_l \end{aligned} \quad (15)$$

在单个气泡的模拟中, 对 A, B, C, D 四种不同 M 和 Eo 数下的气泡上升运动进行了模拟分析, 具体参数如表 1 所示, Re_G 为 Grace^[4] 的实验结果, Re_A 为 Annaland^[5] 的模拟结果, Re_S 为本文的模拟结

果, 可以看出 Re_S 与 Re_G, Re_A 的偏差较小。图 2 为 A, B, C, D 四种不同 M 和 Eo 数下气泡的终端形状, 与 Grace^[4] 实验结果及文献 [5] 中模拟结果相一致。

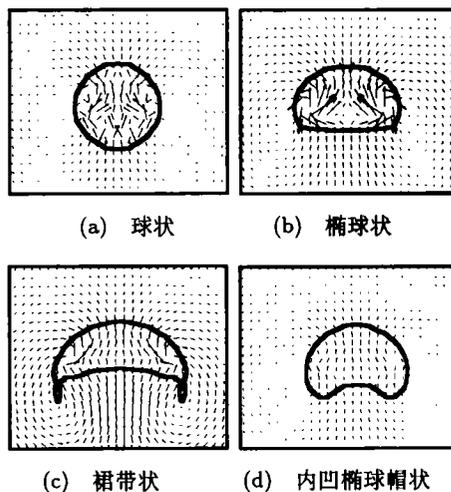


图 2 在静态液体中上升气泡稳定后的形状及速度场

5 结论

本文采用粗细两套网格对高密度和高粘度比率下的气液两相流动模拟进行了研究分析, 通过粗细网格间的数据传递获得求解动量方程时需要的准确的界面密度和粘度及控制体密度, 保证了质量和动量同时守恒。气液交界面处密度、速度和压力急剧变化, 为了保证格式的有界性和稳定性, 采用稳定的有界高阶组合格式 STOIC。最后模拟了不同工况下气泡在液体中的运动, 并通过实验和模拟结果验证了方法的可行性及准确性。

参 考 文 献

- [1] Murray Rudman. A Volume-Tracking Method for Incompressible Multifluid Flows with Large Density Variations. International Journal for Numerical Methods Fluids, 1998, 28(2): 357-378
- [2] Youngs D L. Time-Dependent Multi-Material Flow with Large Fluid Distortion Numerical Method for Fluid Dynamics. Academic, New York, 1982, 273-285
- [3] Darwish M S. A New-high Resolution Scheme Based on the Normalized Variable Formulation. Numerical Heat Transfer, Part B, 1993, 24: 353-371
- [4] Grace J R. Shapes and Velocities of Bubbles Rising in Infinite Liquids. Transaction of the Institution of Chemical Engineering, 1973, 51(116): 116-120
- [5] M van Sint Annaland, Deen N G, Kuipers J A M. Numerical Simulation of Gas Bubbles Behaviour Using a Three-dimensional Volume of Fluid Method. Chemical Engineering Science, 2005, 60(10): 2999-3011