第 26 卷第 1 期
2005 年 1 月

工程热物理学报
JOURNAL OF ENGINEERING THERMOPHYSICS

Vol.26, No.1
Jan., 2005

求解流动和传热问题的一种新的全隐算法 — CLEAR(下)

屈治国　何雅玲　陶文铨

（西安交通大学能源与动力工程学院，动力工程多项流国家重点实验室，西安　710049 ）

摘　要　本文上篇阐述了 CLEAR 算法的推导过程和计算步骤，本文下篇通过五个二维不可压缩流动和传热的算例，对 CLEAR 算法和 SIMPLER 算法进行了比较，比较的内容为，在相同的收敛条件下， CLEAR 算法和 SIMPLER 算法收敛所需的迭代次数的比值和对应的 CPU 时间的比值，以及这两个比值和时步倍率的关系，从而进一步研究了 CLEAR 算法的健壮性。计算结果表明， CLEAR 算法可以在很大程度上加速迭代收敛，就所比较的算例而言，其可以节省迭代次数 31%～85%，节省 CPU 时间 17%～78%，而且该算法的健壮性可以通过引入第二松弛因子而得以提高。

关键词　CLEAR；SIMPLER；迭代次数；　CPU 时间；第二松弛因子；健壮性
中图分类号：TK124　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：0253–231X(2005)01–0128–03

A NEW FULLY IMPLICIT ALGORITHM FOR SOLVING FLUID FLOW AND HEAT TRANSFER PROBLEMS—CLEAR (II)

QU Zhi-Guo　HE Ya-Ling　TAO Wen-Quan

(School of Energy and Power Engineering, State Key laboratory of Multiphase Flow in Power Engineering Xi'an Jiaotong University, Xi'an　710049, China)

Abstract　The derivation process and calculation procedure of CLEAR algorithm is formulated in the first part of this paper, and in this part. The SIMPLER and CLEAR algorithm are compared with five two dimensional numerical examples of incompressible fluid flow and heat transfer problems on the subject of the ratio of the iteration number and the corresponding consumed CPU time for obtaining a converged solution under the same converging condition to investigate the robustness characteristic of the new algorithm. It turns that CLEAR can appreciably enhance the convergence rate which can save the iteration number of 31%~85% and 17%~78% for CPU time compared to SIMPLER algorithm for the five problems tested, and the robustness can be improved by the second relaxation factor.

Key words　CLEAR; SIMPLER; iteration number; CPU time; second relaxation factor; robustness

1 引　言

在上篇中本文提出了求解不可压缩流动和传热问题的全隐算法，CLEAR，该算法完全考虑邻点速度修正的影响，可以极大地提高迭代收敛地速度，本文用 CLEAR 算法求解了五个典型的算例，所求解的五个问题涉及强制对流和自然对流。并与 SIMPLER 算法进行比较，比较了两种算法在相同收敛的条件下，所用迭代次数和 CPU 时间的比值，考察了 CLEAR 算法的健壮性，并得出了相应的结论。

2 数值比较条件

CLEAR 算法与 SIMPLER 算法进行比较时，采用的格式为绝对稳定的乘方格式 [1]，代数方程的求解采用交替方向线迭代 (ADI)，在比较健壮性时，引入时步倍率 [2]，其定义为

$$E = \alpha/(1-\alpha) \qquad (0 < \alpha < 1) \qquad (1)$$

通过引入时步倍率可以在更大范围内比较算法

收稿日期：2003-12-12；**修订日期**：2004-11-21
基金项目：国家自然科学基金资助项目 (Nos. 50476046, 50236010)
作者简介：屈治国 (1978–)，男，陕西咸阳人，博士研究生，主要从事传热强化和计算流体力学方面的研究。

的健壮性，本文所取的亚松弛因子和时步倍率的对照关系表示在表 1 中。按照本文上篇的表述，第二松弛因子的取值为，

$$\beta=\begin{cases}0.5 & 0<\alpha\le 0.5\\ 1 & 0.5<\alpha\le 1\end{cases}\tag{2}$$

如果计算中，β 的取值如果大于 1，则会在文中进一步说明。两种算法比较时，迭代收敛的条件为

$$Rs_{cv}=\underset{cv}{\mathrm{MAX}}\left(\frac{B}{flow_{ch}}\right)\le 5.0\times 10^{-8}\tag{3}$$

式中 $B=(\rho u^*A)_w-(\rho u^*A)_e+(\rho v^*A)_s-(\rho v^*A)_n$。即计算控制容积相对质量残差的最大值小于一个给定的常数，$flow_{ch}$ 是所研究问题的一个特征流量，对于开口系统，其为进口的流量，而对于封闭腔内的流动，特征流量见文献 [3]。

表 1　亚松弛因子和时步倍率对照表

α	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95
E	0.111	0.25	0.428	0.66	1	1.5	2.33	4	9	19

3　数值比较算例

3.1　算例 1：直角坐标顶盖驱动流

计算取 $Re=100$，计算的网格为 52×52，两种算法收敛所需要迭代次数的比值及 CPU 时间的比值表示在图 1 中。由图中可以看出，当时步倍率从 0.1 变化到 9 时，对应的松弛因子从 0.1 变化到 0.9，CLEAR 算法所需要的迭代次数和 CPU 时间要比 SIMPLER 算法有明显的降低，CLEAR 的迭代次数和 SIMPLER 的迭代次数的比值，以及 CPU 时间的比值变化范围分别是 0.15 ~ 0.59，0.19 ~ 0.82。

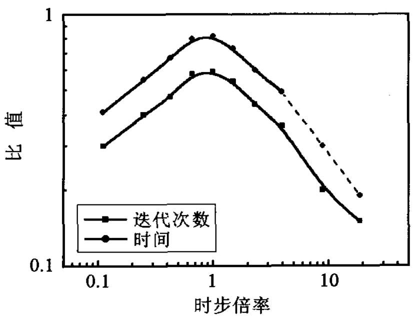

图 1　迭代次数和 CPU 时间的比值 ($Re=100$)

图中用虚线表示的是第二松弛因子 $\beta=1.2$ 的情况，因此可以看出引入该参数可以提高 CLEAR 算法的健壮性。

3.2　算例 2：二维圆柱突扩流动

二维圆柱突扩流动如图 2 所示. 计算区域的尺寸为 $L_x/D_{\rm in}=30$, $L_{\rm in}/D_{\rm in}=5$, $D_{\rm out}/D_{\rm in}=2$, 计算网格数为 202×42，在进口台阶区采用区域扩充法 [3]，流动进口取充分发展的速度分布：

$$u=u_{\max}\left(1-\frac{r^2}{R_{\rm in}^2}\right)\quad R_{\rm in}=\frac{D_{\rm in}}{2}\quad u_{\max}=2u_{\rm mean}\tag{4}$$

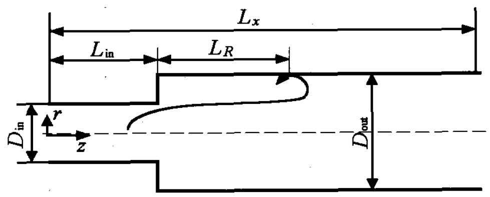

图 2　二维圆柱突扩流动

在 $Re=150$ 下进行了数值计算，比较结果表示在图 3 中。由图中可以看出，CLEAR 算法在圆柱旋转轴对称坐标下，同样也可以在很大程度上加速收敛，迭代次数同 SIMPLER 算法的比值及 CPU 时间的比值变化范围分别为 0.28 ~ 0.69, 0.34 ~ 0.81。

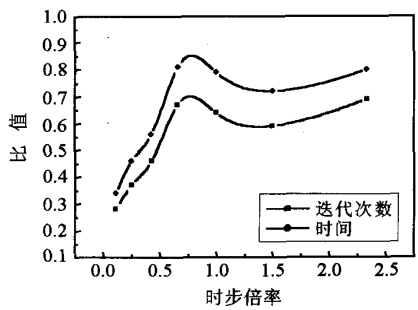

图 3　迭代次数和 CPU 时间的比值 ($Re=150$)

3.3　算例 3：二维直角坐标后台阶流动

二维直角坐标后台阶的区域如图 4 所示，计算的尺寸为 $H_2/H_1=2$, $L_1/H_1=5$, $L_2/H_1=30$，速度进口已经充分发展，其速度分布的定义为：

$$X=0\qquad 1<Y<[(H_1+H_2)/H_1]\tag{5}$$

$$U=1.5\left(1-\frac{Y-0.5H_2/H_1-1}{0.5H_2/H_1}\right)^2\qquad V=0\tag{6}$$

Re 数的定义为 $Re=u_{\rm mean}H_1/v$，在 $0<X<L_1/H_1, 0<Y<1$ 的区域内采用区域扩充法 [3]。

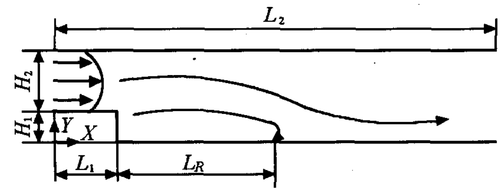

图 4 外略后台阶流动

在 $Re = 100$ 下进行了数值计算，计算所用的网格数为 122×62，对比结果表示在图 5 中，由图中可以得出，CLEAR 算法的迭代次数占 SIMPLER 算法的百分比为 38%~67%，计算时间的比值范围为 43%~83%。

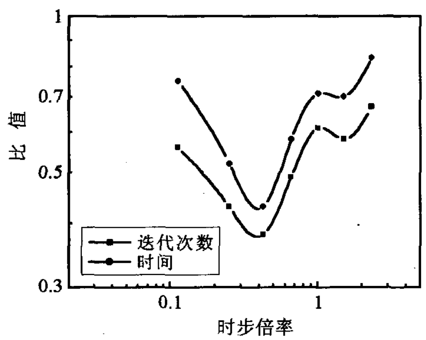

图 5 迭代次数和 CPU 时间的比值 ($Re = 100$)

3.4 算例 4: 环形空间自然对流

环形空间自然对流如图 6 所示，对 $Ra = 10^3$ 进行了数值计算，其中 Ra 数的定义为

$$Ra = \frac{\rho g \beta L^3 \Delta T}{a\mu} \tag{7}$$

计算采用 42×32 的网格，结果表明，在自然对流下，CLEAR 算法加速收敛的情况要比强制对流更为明显，对比的结果表示在图 7 中。从图中可以看出，CLEAR 算法所用的迭代次数为 SIMPLER 算法的 0.26~0.48，所用 CPU 时间的比值为 0.36~0.57，表明可以节约一半左右计算时间。

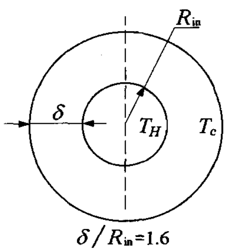

图 6 环形空间自然对流图

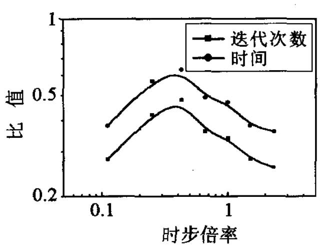

图 7 迭代次数和 CPU 时间的比值 ($Ra = 10^3$)

3.5 算例 5: 方腔自然对流

二维方腔上下绝热，两侧恒壁温，但温度值不等，Ra 数的定义和算例 4 相同，计算采用 82×82 的网格，对 $Ra = 10^4$ 的情况进行了计算。由图 8 可以看出，CLEAR 算法同样可以加速迭代的收敛速度，结果表明，在 $Ra = 10^4$ 时，CLEAR 算法与 SIMPLER 算法在所比较的松弛因子范围内，迭代次数的比值为 $0.19 \sim 0.33$，所需 CPU 时间的比值范围是 $0.22 \sim 0.39$，收敛的速度得到很大的提高。

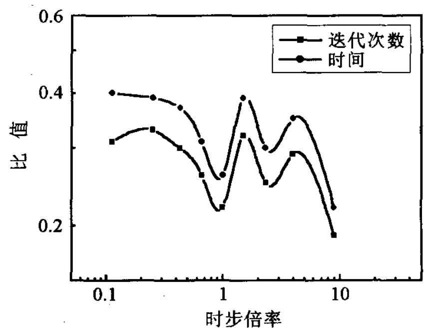

图 8 迭代次数和 CPU 时间的比值 ($Ra = 10^4$)

4 结 论

本文通过五个算例证明 CLEAR 算法加速收敛的有效性，分析结果表明：

(1) 通过五个典型算例表明，CLEAR 算法同 SIMPLER 算法相比，无论对强制对流还是自然对流，都可以以在很大程度上加速迭代的收敛速度，综合考虑所比较的五个算例，CLEAR 算法可以节省迭代次数 $31\% \sim 85\%$，节省 CPU 时间 $17\% \sim 78\%$。

(2) CLEAR 算法使得速度和压力的耦合程度变强，因此求解问题的非线性程度增强，其健壮性可以通过引入第二松弛因子得以提高。对 CLEAR 算法的进一步在湍流，同位网格，以及可压缩流动的应用推广，作者所在的课题组在进一步进行研究。

参 考 文 献

[1] Patankar S V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemisphere Publishing Corporation, Washington D C, 1980

[2] Van Doormaal J P, Raithby G D. Enhancement of the SIMPLE Method for Predicting I Ncompressible Fluid Flow. Numer Heat Transfer, 1984, 7: 147–163

[3] 陶文铨. 数值传热学 (第二版). 西安: 西安交通大学出版社, 2001