第 26 卷第 1 期　　工 程 热 物 理 学 报　　Vol.26, No.1
2005 年 1 月　　JOURNAL OF ENGINEERING THERMOPHYSICS　　Jan., 2005

求解流动和传热问题的一种新的全隐算法 — CLEAR(上)

屈治国　何雅玲　陶文铨

（西安交通大学能源与动力工程学院，动力工程多项流国家重点实验室，西安　710049 ）

摘　要　本文对求解不可压缩流体流动和传热问题提出了一种全隐算法。该算法被称为 CLEAR(Coupled and Linked Equations Algorithm Revised). 该算法不同与 SIMPLE 系列算法之处在于，它用直接求解的压力改进速度，而不引入压力修正项。完全考虑了邻点速度的影响，速度和压力的耦合得到很好的保证。因此在很大程度上加快了迭代的收敛速度，而且可以通过引入第二松弛因子，对迭代过程进行控制。本文详细阐述了 CLEAR 算法的数学原理和计算步骤，并讨论与 SIMPLER 算法的区别。在本文下篇中用五个算例对 CLEAR 算法和 SIMPLER 算法进行比较，证明了该算法的可行性。

关键词　全隐算法； CLEAR; SIMPLE; 压力修正； 收敛速度； 第二松弛因子
中图分类号：TK124　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：0253-231X(2005)01-0125-03

A NEW FULLY IMPLICIT ALGORITHM FOR SOLVING FLUID FLOW AND HEAT TRANSFER PROBLEMS—CLEAR (I)

QU Zhi-Guo　HE Ya-Ling　TAO Wen-Quan

(School of Energy and Power Engineering, State Key laboratory of Multiphase Flow in Power Engineering Xi'an Jiaotong University, Xi'an　710049, China)

Abstract　In this paper, a new fully implicit algorithm for solving incompressible fluid flow and heat transfer problems is provided, This method is called CLEAR (Coupled and Linked Equations Algorithm Revised). It is different from the SIMPLE serious algorithms in which the improved velocity is updated directly with the improved pressure without introducing pressure correction terms, and the effect of neighboring velocity is fully taken into account so that the coupling of velocity and pressure is well guaranteed to enhance the convergence rate to great extent. A parameter called second relaxation factor is used to control the calculation procedure. The mathematical formulation and implementation procedures of CLEAR algorithm is presented, and further comparison with SIMPLER algorithm is made. In the second part of this paper, the above two methods are compared with five examples to verify the feasibility of CLEAR.

Key words　fully implicit algorithm; CLEAR; SIMPLE; pressure correction; convergence rate; second relaxation factor

1 引　言

在数值求解不可压缩流动的原始变量法中，SIMPLE 系列算法得到广泛采用，这些算法都是基于压力修正的基础之上， SIMPLE 算法首先由 Patankar 和 Spalding[1] 在 1972 年提出， SIMPLER 算法 [2] 克服了 SIMPLE 算法任意给定压力初场的缺点，通过求解压力方程来得到。1984 年，Van Doormal 和 Rathby 提出了 SIMPLEC 算法 [3]，通过改变速度修正方程系数的定义，部分地弥补了略去邻点速度修正的影响。 SIMPLEX[4,5] 通过计算确定压力修正方程的系数，但是引入了各点压力修正值之差相等的假定。 PISO 算法 [6] 对于压力修正提出了两步或者多步修正算法， Yen 和 Liu[7] 提出了显式修

收稿日期：2003-12-12; **修订日期**：2004-11-21
基金项目：国家自然科学基金资助项目 (Nos. 50476047, 50425620)
作者简介：屈治国 (1978-)，男，陕西咸阳人，博士研究生，主要从事传热强化和计算流体力学方面的研究。

正步，使速度显式地满足动量方程来加速收敛。对于自然对流，Sheng 等 [8] 在速度修正中引入一个温度修正项来加速收敛 2001 年 Yu, Ozoe 和 Tao[9] 出了 MSIMPLER 算法，人为改变亚松弛项满足当前迭代层次变量，在很大程度上加快了迭代地收敛速度。上面所述的 SIMPLE 系列算法的共同特征是，在分离式求解的过程中引入压力修正值来改进速度，但同时略去邻点压力修正值的影响，这种简化虽然不影响收敛的结果，但是却影响收敛的速度，由于这个原因，SIMPLE 系列算法为半隐的方法。

压力修正的作用就是使在每一迭代层次修正后的速度满足连续性方程，这对于迭代的收敛有重要的意义。在本文的研究中所提出的 CLEAR 算法，每一层次改进后的速度和压力直接由动量方程和压力方程得出，而不通过引入修正值来得出，既可以保证速度满足连续性方程，同时又可以显式地满足本层次线性化的动量方程，从而彻底地解决了 SIMPLE 算法中略去邻点影响这个缺点。

2 CLEAR 算法的提出

以二维直角坐标系为例，SIMPLER 算法实施中 [10,11]，迭代的一个层次改进后的速度表达式为：

$$u_e = u_e^* + d_e(p'_P - p'_E) \tag{1}$$

另外压力方程是通过把方程 (2) 代入连续性方程中而得到的，方程 (2) 表示如下：

$$u_e = \tilde{u}_e + d_e(p_P - p_E) \tag{2}$$

比较这两个表达式，可以发现 $\tilde{u}_e$ 和 u'_e 处于相同的位置，$(p_P - p_E)$ 和 $(p'_P - p'_E)$ 起着相类似的作用，因此可以用以上的表达式，作为修正后的速度，即在修正步中采用方程 (3)(4) 作为改进后的速度的计算式

$$u_e = \widetilde{u_e^*} + d_e(p_P - p_E) \tag{3}$$

$$v_e = \widetilde{v_e^*} + d_n(p_P - p_N) \tag{4}$$

引入因子第二松弛 β，则上两式可以写成为一般的表达式：

$$u_e = \frac{\sum a_{nb}u_{nb}^* + b + [(1-\beta_u)/\beta_u]a_e u_e^*}{a_e/\beta_u} + d_e(p_P - p_E) = \widetilde{u_e^*} + d_e(p_P - p_E) \tag{5}$$

$$v_n = \frac{\sum a_{nb}v_{nb}^* + b + [(1-\beta_v)/\beta_v]a_n v_n^*}{a_n/\beta_v} + d_n(p_P - p_N) = \widetilde{v_n^*} + d_n(p_P - p_N) \tag{6}$$

方程 (5) 和 (6) 为 CLEAR 算法速度修正表达式，用 $\widetilde{u^*}$，$\widetilde{v^*}$ 和改进的压力来得到改进的速度，其中 $\widetilde{u^*}$，$\widetilde{v^*}$ 可以从迭代中间值 u^*，v^* 得到，同理，把方程 (5)(6) 代入到连续性方程，就可以得到改进后的压力方程，类似于 SIMPLER 压力方程的推导，可以得到改进后的压力方程为

$$a_P p_P = \sum a_{nb} p_{nb} + b \tag{7}$$

其中

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \tag{7a}$$

$$a_E = (\rho A d)_e \qquad a_W = (\rho A d)_w \tag{7b}$$

$$a_N = (\rho A d)_n \qquad a_S = (\rho A d)_s \tag{7c}$$

$$b = (\rho\widetilde{u^*}A)_w - (\rho\widetilde{u^*}A)_e + (\rho\widetilde{v^*}A)_s - (\rho\widetilde{v^*}A)_n \tag{7d}$$

改进后的压力方程 (7)，所有的系数都可以从迭代的中间值得到，边界条件和 SIMPLER 相同，都是齐次 Neumann 边界条件，实施比较容易。

3 CLEAR 算法的计算步骤

(1) 假定计算的初场 u^0, v^0，计算动量离散方程的系数和假拟速度 $\widetilde{u^0}, \widetilde{v^0}$:

$$\widetilde{u^0}_e = \frac{\sum a_{nb}u_{nb}^0 + b}{a_e} \qquad \widetilde{v^0}_n = \frac{\sum a_{nb}v_{nb}^0 + b}{a_n}$$

(2) 求解 SIMPLER 算法中压力方程获得中间压力场 p^*;

(3) 在 p^* 的基础上求解动量方程，得到速度的迭代中间值 u^*, v^*;

(4) 在 u^*, v^* 的基础上，重新计算动量离散方程的系数和假拟速度 $\widetilde{u^*}, \widetilde{v^*}$:

$$\widetilde{u_e^*} = \frac{\sum a_{nb}u_{nb}^* + b + [(1-\beta_u)/\beta_u]a_e u_e^*}{a_e/\beta_u}$$

$$\widetilde{v_n^*} = \frac{\sum a_{nb}v_{nb}^* + b + [(1-\beta_v)/\beta_v]a_n v_n^*}{a_n/\beta_v}$$

在此基础上，求解压力方程 (7) 获得改进的压力场 p;

(5) 通过式 (5), (6) 改进速度，获得当前层次的解；

(6) 重复以上过程，直到迭代的收敛。

4 关于 CLEAR 算法的讨论

4.1 CLEAR 算法和 SIMPLER 算法的比较

从上面的叙述可以看出，CLEAR 算法的前 3 步和 SIMPLER 算法是一样的，在第 4 步引入一个更新的假拟速度 $\widetilde{u^*}, \widetilde{v^*}$，并且重新求解了压力方程得

到改进的压力，并用此压力来得到当前层次的解，因此改进后的速度仍然满足连续性方程，而且还显式地满足动量方程；由于没有略去任何项，因此为全隐的算法，这是区别于 SIMPLER 算法最根本之处。在迭代的每一层次，压力方程求解了两次，第一次(步骤 2) 的作用是获得动量方程的源项，第二次求解(步骤 4) 是用来改进速度的中间值，获得满足连续性方程的速度。另外，可以看到，在步骤 4，重新计算动量离散方程系数和改进后的假拟速度 $\widetilde{u^*}$, $\widetilde{v^*}$，但是并不求解动量方程。这样在每一层，SIMPLER 算法求解一次动量方程，一次压力方程和一次压力修正方程，而 CLEAR 算法求解一次动量方程和两次压力方程，因此 CLEAR 算法在每一层次计算量由于多计算了一次动量方程系数而比 SIMPLER 略微有所增加，但是速度和压力的耦合关系比 SIMPLER 算法有很大程度上的改善，正是上述原因使 CLEAR 算法可以在很大程度上加速迭代的收敛。

4.2　第二松弛因子

在 CLEAR 算法中，由于速度和压力的耦合得到很大的改善，相邻两层次解的差别变大，即加剧了求解过程的非线性程度，因此在获得每一层次的解的时候，引入第二松弛因子 β，对迭代过程进行控制，提高其健壮性，本文推荐其取值为

$$\beta = \begin{cases} 0.5 & 0 < \alpha \le 0.5 \\ 1 & 0.5 < \alpha \le 1 \end{cases} \tag{8}$$

值得指出，由式 (5)，(6) 可见 β 对于假拟速度项是一个亚松弛因子，即 β 越小，该项越小，但对改进速度的压力，则起超松弛作用，即该值越小，会使改进速度的压力增加，在计算中可以发现，对有些情况下 β 要取大于 1 的值，其本质就是对压力起亚松弛作用。

5 结　论

本文提出了一种求解速度和压力耦合问题的全隐分离式算法 CLEAR，分析结果表明：

(1) 本文在假拟速度基础上所提出的改进速度的表达式，没有引入压力修正项，从而避免了 SIMPLE 系列算法略去代表相邻速度影响项，使得 CLEAR 算法成为全隐的算法。

(2) 在 CLEARR 算法迭代的每一层次，压力方程求解两次，动量方程求解一次，计算量由于要重新计算一次动量离散方程系数，而比 SIMPLER 算法略微有所增加，但是速度和压力的耦合得到很好的保证，每一层次的解满足连续性方程，同时也显式地满足动量方程，因而可以显著地加快收敛速度。

参　考　文　献

[1] Patankar S V, Spalding D B. A Calculation Procedure for Heat Mass and Momentum Transfer in Three Dimensional Parabolic Flows. Int. J. Heat Mass Transfer, 1972, 15: 1787–1806

[2] Patankar S V. A Calculation Procedure for Two-Dimensional Elliptic Situations. Number. Heat Transfer, 1981, 4: 409–425

[3] van Doormaal J P, and Raithby G D. Enhancement of SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows. Numer. Heat Transfer, 1984, 7: 147–163

[4] van Doormaal J P, Raithby CD. An Evaluation of the Segregated Approach for Predicting Incompressible Fluid Flow. ASME Paper 85-HT-9, 1985

[5] Raithby CD, Schneider GE. Elliptic System: Finite Difference Method II. In: W J Minkowycz, E M Sparrow, R H Pletcher, et al. Handbook of Numerical Heat Transfer. John Wiley & Sons, New York, 1988. 241–289

[6] Issa. R I. Solution of Implicitly Discretized Fluid Flow Equation by Operator-Splitting. J. Comput. Physics, 1985, 62: 40–65

[7] Yen R H, Liu C H. Enhancement of the SIMPLET Algorithm by an Additional Explicit Corrector Step. Numer. Heat Transfer B, 1993, 24: 127–141

[8] Sheng Y, Shoukri M, Sheng G, et al. A Modification to the SIMPLE Method for Buoyancy-Driven Flows. Numer. Heat Transfer, 1998, 33: 65–78

[9] Yu B, Ozoe H, Tao W Q. A Unified Pressure-Correction Scheme for the SIMPLER Method, MSIMPLER. Numer. Heat Transfer B, 2001, 39: 439–449

[10] Patankar S V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemisphere Publishing Corporation, Washington D C, 1980

[11] 陶文铨. 数值传热学 (第二版). 西安：西安交通大学出版社，2001