

多块网格中的块隐式方法

李增耀 陶文铨 王秋旺

(西安交通大学能源与动力工程学院, 陕西 西安 710049)

摘要 本文实现了逐点扫描的块隐式算法, 并根据其特点, 提出了一种基于该算法的多块网格方法。通过对几个具有基准解问题的数值计算发现: 该算法相对于 SIMPLE 算法而言, 其收敛速度较快; 本文所提出的多块网格方法是可行的。

关键词 块隐式算法; 多块网格; SCSD; SIMPLE

中图分类号: TK124 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-231X(2002)03-0351-03

BLOCK IMPLICIT METHOD WITH MULTI-BLOCK GRID

LI Zeng-Yao TAO Wen-Quan WANG Qiu-Wang

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract In this paper, the point-by-point block implicit method is implemented. According to the characteristics of the block implicit method, a simple multi-block method is proposed. Through the numerical computations for several benchmark solutions, it is found that the iteration will converge more rapidly using the block implicit method compared to the SIMPLE algorithm and the multi-block method presented by this paper is feasible.

Key words block implicit method; multi-block grid; SIMPLE algorithm

1 引言

将速度与压力联立起来在某一个局部区域上联立起来直接求解, 然后再用迭代的方式从一个区域推进到另一个区域(该过程称为扫描), 扫描完整个求解区域就完成了整个层次的计算, 这种方法称为局部耦合算法, 近年来已日益受到重视。局部耦合算法有几种不同的实施方式, 可以逐点扫描^[1,2], 也可以逐线扫描^[3], 或者在求解三维问题时逐面扫描。其共同点是在局部范围(块)内, 速度与压力是联立求解的, 因而常称之为块隐式方法(Block Implicit Method, BIM)。本文实现了逐点扫描的块隐式方法, 然后阐述该方法在多块网格种的实施过程; 同时在单网格下与 SIMPLE 算法进行了比较。

用形式为:

$$\frac{\partial(\rho u_j \phi)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j}) + S_\phi \quad (1)$$

采用交错网格, 利用有限容积法^[4]对上式在各自的控制容积(如图 1 所示)上进行积分, 同时对流项差分格式采用中心差分, 这时有:

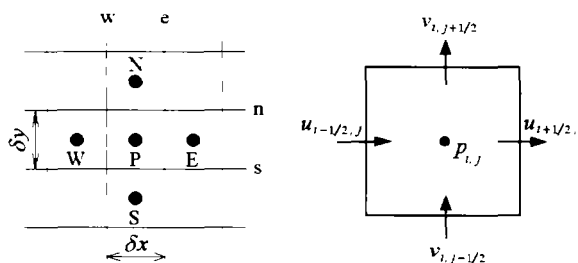


图 1 控制容积示意图

2 块隐式方法

下面以二维直角坐标中不可压缩流体流动的控制方程为例来说明 BIM 方法的实现, 控制方程的通

$$\begin{aligned} A_C^u u_{i+1/2,j} &= A_W^u u_{i-1/2,j} + A_E^u u_{i+3/2,j} + \\ &A_S^u u_{i+1/2,j-1} + A_N^u u_{i+1/2,j+1} + \\ &(p_{i,j} - p_{i+1,j}) \delta y + S^u \delta x \delta y \end{aligned} \quad (2)$$

收稿日期: 2002-01-08; 修订日期: 2002-03-01

基金项目: 国家重点基础研究发展规划项目 (No.G2000026303); 国防气动热力重点实验室开放基金资助项目 (No.99JS48.3.1)

作者简介: 李增耀 (1972-), 男, 甘肃天水人, 博士研究生, 主要从事计算传热与强化传热的研究。

$$\begin{aligned}
 A_C^v v_{i,j+1/2} &= A_W^v v_{i-1,j+1/2} + A_E^v v_{i+1,j+1/2} + \\
 &A_S^v v_{i,j-1/2} + A_N^v v_{i,j+3/2} + \\
 &(p_{i,j} - p_{i,j+1})\delta x + S^v \delta x \delta y \quad (3)
 \end{aligned}$$

对于控制容积 P 上的五个变量速度和压力, 有如下矩阵形式的方程:

$$\begin{bmatrix}
 (A_c^u)_{i-1/2,j} & 0 & 0 \\
 0 & (A_c^u)_{i+1/2,j} & 0 \\
 0 & 0 & (A_c^v)_{i,j-1/2} \\
 0 & 0 & 0 \\
 -\rho\delta y & \rho\delta y & -\rho\delta x \\
 0 & \delta y & \\
 0 & -\delta y & \\
 0 & \delta x & \\
 (A_c^v)_{i,j+1/2} & -\delta x & \\
 \rho\delta x & 0 &
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 u'_{i-1/2,j} \\
 u'_{i+1/2,j} \\
 u'_{i,j-1/2} \\
 u'_{i,j+1/2} \\
 p_{i,j}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 R_{i-1/2,j}^u \\
 R_{i+1/2,j}^u \\
 R_{i,j-1/2}^v \\
 R_{i,j+1/2}^v \\
 R_{i,j}^C
 \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中“'”表示修正值。该矩阵方程很容易求解。

3 多块网格法

块结构化网格可以大致分为拼接式网格和搭接式网格两种^[5], 本文采用拼接式网格。为了简单起见我们以二维直角坐标来说明本文中多块网格算法的实施过程。如图 2 所示的 L 形区域, 它可以分割成 I、II 两块, 它们拼接的共同边界为 8, 两块子区域具有相同的网格分布。

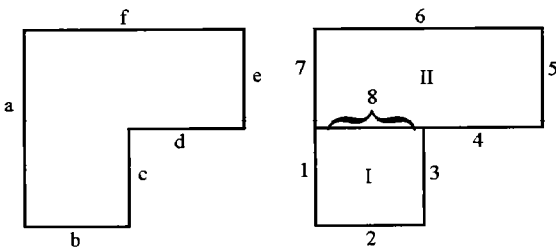


图 2 多块网格示意图

下面简单介绍块公共界面 8 上在信息传递时必须保证的条件和本文的实施方法。

3.1 块公共界面上信息传递的守恒条件

对控制方程在整体区域和多块区域上分别作空间积分, 通过化简后可以得到以下形式的积分方程:

$$\left[\int_8 (\rho v) dx \right]_I = \left[\int_8 (\rho v) dx \right]_{II} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 &\left[\int (\rho v u - \mu \frac{\partial u}{\partial y}) dx \right]_{8,I} = \\
 &\left[\int (\rho v u - \mu \frac{\partial u}{\partial y}) dx \right]_{8,II} \quad (6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\left[\int (\rho v v + p - \mu \frac{\partial v}{\partial y}) dx \right]_{8,I} = \\
 &\left[\int (\rho v v + p - \mu \frac{\partial v}{\partial y}) dx \right]_{8,II} \quad (7)
 \end{aligned}$$

也就是说块公共界面上的信息传递要满足质量守恒和扩散对流通量守恒。

3.2 处理方法

本文在分块求解的过程中, 第一块中 8 界面上的信息从第一块和第二块中插值得到, 第二块中 8 界面上的信息从第一块和第二块中以相同的插值函数插值得到。这样的处理方法自然地满足式 (5) 和式 (6), 但不满足式 (7), 因为在分块求解过程中, 界面 8 上的压力属于边界压力, 不属于内点计算的范。但是在整个区域上, 它还是属于内点计算的范。只是由于我们人为将整个计算区域分割成两个子区域后造成的结果。基于以上的原因, 我们要对 v 动量方程的求解采取特殊的处理, 而块隐式方法为这种处理提供了便利。我们知道, 在块隐式方法中, 对于每一个控制容积, 我们可以得到一个 5×5 的矩阵方程, 但是对于与边界相邻的控制容积, 我们不能直接利用生成的系数求解这个矩阵方程, 需要对该矩阵方程的系数矩阵中的有关元素给于特定的值, 因为边界上变量的修正值为零。而在多块网格的求解过程中 (以求解第一块为例), 对于与 8 界面相邻的每一个控制容积相对应的矩阵方程, 我们不对系数矩阵中与位于 8 界面上的速度 v 相关的元素进行特殊处理, 也就是说把 8 界面上的速度 v 以内点来对待。这样式 (5)~(7) 都得到了满足。

4 结果与讨论

4.1 块隐式算法与 SIMPLE 算法的比较

下面我们以顶盖驱动流为例, 对这两种算法作一简单的比较。我们分别取 42×42 、 82×82 两套交错网格, $Re = 1000$ 。在两种算法中, 对流项差分格式都为中心差分, 收敛准则满足关系式:

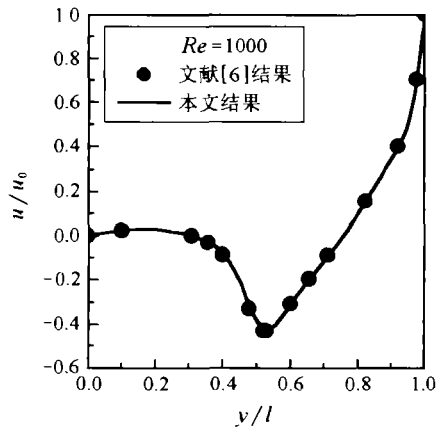
$$\text{Residual} = \max(R_{\max}^C, R_{\max}^u, R_{\max}^v) \leq 1.e - 6 \quad (8)$$

其中 R_{\max}^C 、 R_{\max}^u 和 R_{\max}^v 分别代表计算区域中连续性方程和动量方程最大的残差。

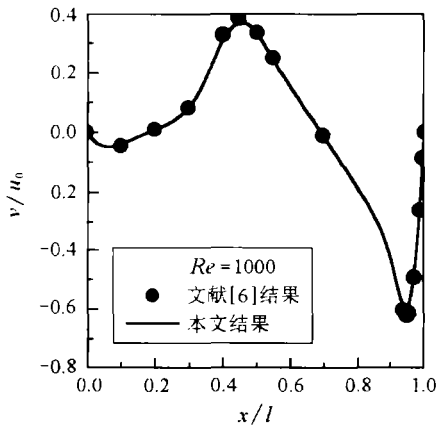
表 1 列出了分别利用两种算法得到的对比结果。这里取采用 SIMPLE 算法计算所需的 CPU 时间为 1, 从结果可以清楚看到, 相对于 SIMPLE 算法而言, 块隐式算法的收敛速度要快很多。

4.2 本文中多块网格算法的验证

本文采用多块网格对图 2 所示二维 L 型腔中的顶盖驱动流动^[6]进行了计算, 空腔两长边相等, 均为 l , 顶盖速度为 u_0 , 对比结果如图 3 所示。从对比结果可以清楚地看到, 采用本文所提出的多块网格算法可以得到准确合理的数值结果。



(a) u 速度分布



(b) v 速度分布

图 3 L 形顶盖驱动流动中典型的速度分布

表 1 两种算法的比较结果

网格节点	算法	松弛因子	CPU 时间 (s)
42 × 42	SIMPLE	$\alpha(u, v) = 0.4,$ $\alpha(p) = 0.5$	1
	BIM	$\alpha(u, v) = 0.1,$ $\alpha(p) = 1.2$	0.465
82 × 82	SIMPLE	$\alpha(u, v) = 0.5,$ $\alpha(p) = 0.6$	1
	BIM	$\alpha(u, v) = 0.1,$ $\alpha(p) = 1.2$	0.717

5 结 论

本文实现了块隐式算法, 通过在单网格上对顶盖驱动流动的计算发现, 采用块隐式算法可望获得比采用 SIMPLE 算法更快的收敛速度。本文还对块隐式算法在多块网格上的实施方法作了初步的尝试, 通过对几个具有基准解问题的计算发现, 本文提出的方法是可行的。

参 考 文 献

- [1] Vanka S P. Block Implicit Multigrid Solution of the Navier-Stokes Equations in Primitive Variables. *J. Comput. Phys.*, 1986, 8: 417-440
- [2] Li Z Y, Wong T T, Wang Q W, et al. Study on Block-implicit Multigrid Procedure with SCSD Scheme for Two Dimensional Flow and Heat Transfer. In: *Proceedings of the 4th JSME-KSME Thermal Engineering Conference*. Kobe, Japan, 2000, 1: 499-504
- [3] Galpin P F, Van Doormaal J P, Raithby G D. Solution of the Incompressible Mass and Momentum Equations by Application of a Coupled Equation Line Solver. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 1985, 5: 615-625
- [4] 陶文铨著. 数值传热学. 第二版. 西安: 西安交通大学出版社, 2001
- [5] 陶文铨著. 计算传热学的近代进展. 北京: 科学出版社, 2000
- [6] Oosterlee C W, et al. Benchmark Solutions for the Incompressible Navier-Stokes Equations in General Coordinates on Staggered Grid. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 1993, 10: 301-321