

LATTICE-BOLTZMANN 方法及其 在顶盖驱动流数值模拟中的应用

李明秀 陶文铨 王秋旺

(西安交通大学能动学院, 陕西 西安 710049)

摘要 Lattice-Boltzmann 方法(以下简称 LB 方法),作为一种新的数值计算方法,在近十年得到迅速发展。本文对 LB 方法的基本思想及实施方法进行了概括介绍,并将该方法运用到顶盖驱动流的计算中,所得结果与基准解吻合良好。

关键词 Lattice-Boltzmann 方法;数值模拟;顶盖驱动流

中图分类号:TK124 文献标识码:A 文章编号:0253-231X(2001)02-0223-03

NUMERICAL SIMULATION OF LID-DRIVEN CAVITY FLOW USING THE LATTICE-BOLTZMANN METHOD

LI Ming-Xiu TAO Wen-Quan WANG Qiu-Wang

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract Lattice-Boltzmann method is a new type of simulation approach that has attracted much attention in the computational fluid dynamics and heat transfer communities in recent years. A brief introduction to the method is presented and its application to the lid-driven cavity flow is described. The results agree well with benchmark data, demonstrating the potential of the Lattice-Boltzmann method for numerical simulation.

Key words Lattice-Boltzmann method; numerical simulation; cavity flow

1 LB 方法简介

1.1 LB 方法的理论基础

LB 方法是近十几年来发展起来的一种新的数值计算方法^[1]。传统的流动换热问题的数值计算方法是在宏观层次上,对在连续介质假定的基础上建立起来的 Navier-Stokes 方程组进行离散化处理的数值方法^[2]。而 LB 方法则是在介观层次上,以根据分子运动论建立起来的简化了的动力学模型 Boltzmann 方程为基础,对其在许多离散的格子上进行计算,然后通过对大量格子的平均以获得宏观结果。

LB 方法是由格子气自动机发展而来的^[3]。格子气自动机的计算是对布尔变量进行的,存在不少固有的缺点。1988年,McNamara 与 Zanetti^[4]提出用 Boltzmann 方程来代替格子气自动机,把原来的整数运算变成了实数运算。Boltzmann 方程是统计力学中用来描述非平衡态分布函数演化规律的方

程:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{c} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{1}{m} \overline{F^{ext}} \frac{\partial f}{\partial v} = Q(f) \quad (1)$$

其中 $f(x, v, t) dx dv$ 表示 t 时刻,空间 x 处 $dx dy dz$ 体积内,速度在 $v + dv$ 范围内的平均分子数; $\overline{F^{ext}}$ 表示外力, m 为分子量, Q 为碰撞函数。

McNamara 与 Zanetti 的方法虽然克服了格子气方法的统计噪声的缺点,但存在碰撞函数计算繁杂的困难。1991~1992 期间,陈十一及钱耀宏等几乎同时提出了基于单一时间的松弛过程使碰撞函数简化^[5,6],采用在文献[7]中提出的下式来逼近 $Q(f)$:

$$Q(f) = -\frac{1}{\tau}(f - f^{eq}) \quad (2)$$

其中 f^{eq} 是平衡态的分布函数, τ 为迟豫时间。于是在不考虑外力的情况下, Boltzmann 方程可以写成:

$$\frac{Df}{Dt} = -\frac{1}{\tau}(f - f^{eq}) \quad (3)$$

收稿日期:2000-11-15; 修订日期:2000-12-15

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No.500760347)和国家重点基础研究发展规划资助项目(No.G2000026303)

作者简介:李明秀(1978-),女,山西洪洞人,硕士研究生,主要从事数值计算方面的研究工作。

对该方程在时间, 空间上进行离散得:

$$f(\vec{x} + \vec{c}, t + 1) = f(\vec{x}, t) - \frac{1}{\tau} [f(\vec{x}, t) - f^{eq}(\vec{x}, t)] \quad (4)$$

这就是目前应用广泛的的 LB-BGK 模型。

本文的计算就是采用 D2Q9 的格子划分^[8], 运用 BGK 模型来进行的。

1.2 二维问题 LB 模型离散形式

以不可压流体流动问题为例, 采用单粒子分布函数 f_i 作为 Boltzmann 方程的求解变量, 并考虑格子间距与时间步长不一定取 1, 分别设 Δx 与 Δt , 则有:

$$\begin{aligned} f_i(x + c_i \cdot \Delta t, t + \Delta t) - f_i(x, t) \\ = \frac{1}{\tau} [f_i^{eq}(x, t) - f_i(x, t)] \end{aligned} \quad (5)$$

其中 f_i 为单粒子分布函数, f_i^{eq} 为相应的平衡态单粒子分布函数。

格点上沿各个方向的速度表达式为^[9]。

$$c_i = \begin{cases} 0 & i = 0 \\ (\cos a1, \sin b1) \cdot C & i = 1, 2, 3, 4 \\ \sqrt{2}(\cos c1, \sin d1) \cdot C & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (6)$$

式中 $a1 = [(i-1)\frac{\pi}{2}]$, $b1 = [(i-1)\frac{\pi}{2}]$; $c1 = [(i-5)\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}]$, $d1 = [(i-5)\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}]$, $C = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ 。

平衡态单粒子分布函数为^[9]:

$$\begin{aligned} f_i^{eq} = \rho [1 + 3(c_i \cdot \vec{u}) + \frac{9}{2}(c_i \cdot \vec{u})^2 - \frac{3}{2}u^2] \\ \omega_i = \begin{cases} 4/9, & i = 0 \\ 1/9, & i = 1, 2, 3, 4 \\ 1/36, & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

单粒子分布函数与宏观参数的关系为^[9]:

$$f = \sum_i f_i \quad (8)$$

$$u = \frac{1}{\rho} \sum_i c_i f_i \quad (9)$$

$$v = \frac{(2\tau - 1)}{6} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (10)$$

1.3 计算的实施步骤

对于所要计算的问题选定一个特征流速, 然后根据给定的 Re , 计算出相应的动力粘度 ν , 再由式 (10) 得出迟豫时间 τ ; 假定初始的宏观量 ρ, u 分布; 由式 (7) 计算出 f_i^{eq} , 再代入式 (5) 得到下一层上的 f_i , 由这个分布根据式 (8), (9) 计算出宏观量 ρ, u , 如此反复迭代直到收敛。

2 顶盖驱动流流场的模拟

本文选取顶盖驱动流这个例子, 采用 LB 方法对低 Reynolds 数下的情况进行了数值模拟, 并与传统方法的结果进行对比, 以验证 LB 方法的可行性。网格划分为 D2Q9 模型, $Re=2000$ 时网格为 129×129 , 其余情况下均为 65×65 。初始条件设置为最顶部的节点 $u = 0.1, v = 0$, 其余各节点 u, v 均为 0, 密度 $\rho = 27$ 。在每轮迭代之后将顶部一排节点的 u 重新赋值为 0.1; 边界条件的处理是, 顶部的移动边界采用反射的方式作为边界条件, 其余三边均按弹回方式得到无滑移边界条件。

2.1 速度分布及其与文献的对比

本文计算结果与文献 [10] 的对比示于图 1 和图 2 中。可以看出, 总体分布相同, 在 $Re = 100$ 时吻合很好, 而在 $Re = 1000$ 时稍有差别, 主要是由于本文的计算所采用的网格 (65×65) 还比较稀疏而导致的。

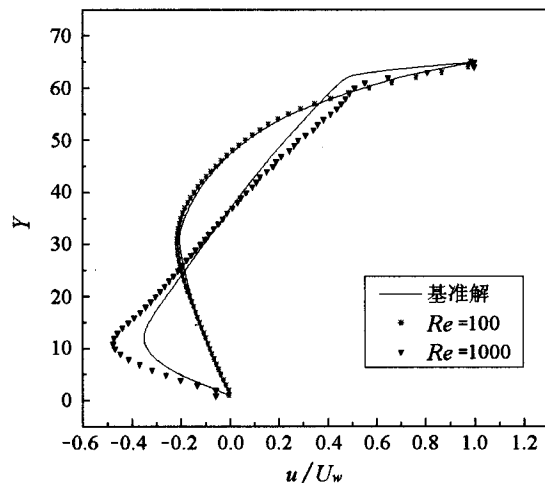


图 1 $x/L = 0.5$ 截面上沿 y 方向无量纲速度 u/U_w 的分布

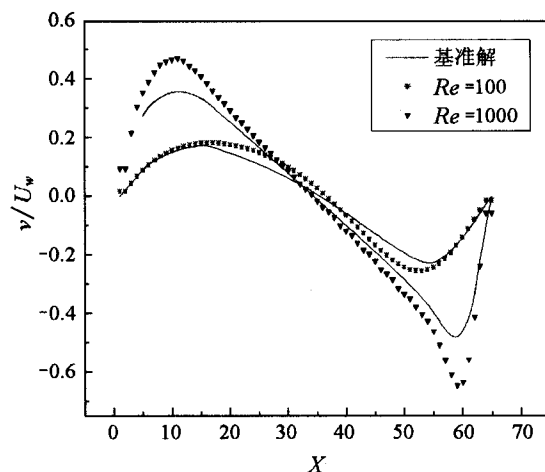


图 2 $x/L = 0.5$ 截面上沿 x 方向无量纲速度 v/U_w 的分布

2.2 流函数、压力场及漩涡图

流函数图示见图 3, 压力场图示见图 4, 漩涡图示见图 5。

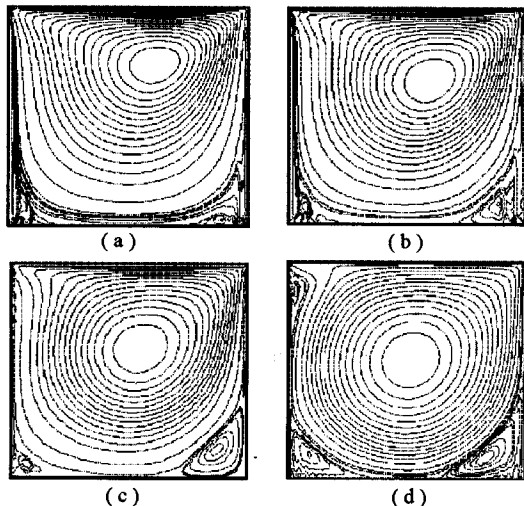


图 3 流函数示意图

(a) $Re = 100$; (b) $Re = 200$; (c) $Re = 400$; (d) $Re = 2000$

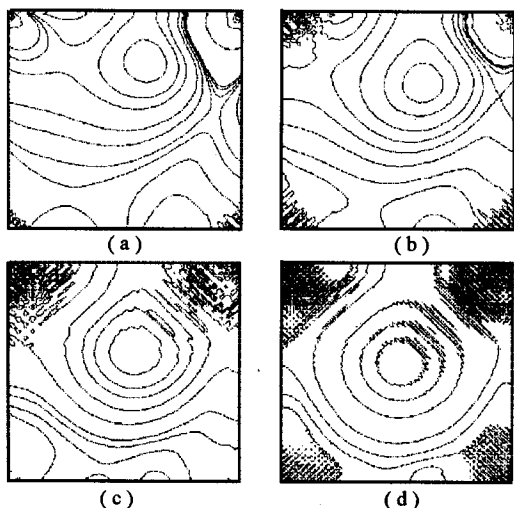


图 4 压力场示意图

(a) $Re = 100$; (b) $Re = 200$; (c) $Re = 400$; (d) $Re = 2000$

3 结果讨论

从本文的计算结果来看, 在低 Re 数的情况下, 用 LB 方法所得结果同 Ghia 等^[10] 研究得出的基准解相当吻合。但当 Re 增加后, 所需计算时间激增, 目前作者正在进行高 Re 数下收敛解的研究。根据以上计算, 可以初步得出以下看法:

LB 方法更适合在大型并行机上实现, 在个人计算机上计算受硬件限制较大;

LB 方法的边界条件易于实施, 因此处理复杂几何形状内的流动以及多孔介质内的流动换热问题应该会非常有效;

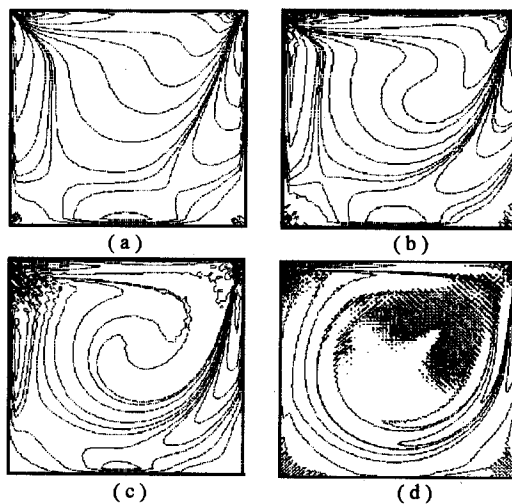


图 5 空腔内的漩涡图

(a) $Re = 100$; (b) $Re = 200$; (c) $Re = 400$; (d) $Re = 2000$

由于它本身的控制方程就与时间有关, 因此对非稳态问题的计算应该会比较有效。

综上所述: LB 方法由于它自身的一些优点, 可以预期随着计算机工业的进一步发展, 在流动与传热的数值模拟中它有着广阔的发展前景。

参 考 文 献

- [1] 陶文铨编著. 计算传热学及其近代进展. 北京: 科学出版社, 2000. 417-427
- [2] 陶文铨编著. 数值传热学. 西安: 西安交通大学出版社, 1988
- [3] 李元香, 康立山, 陈毓屏等编. 格子气自动机. 北京: 清华大学出版社, 南宁: 广西出版社, 1994
- [4] McNamara G, Zanetti G. Use of the Boltzmann Equation to Simulate Lattice Gas Automata. *Phys. Rev. Lett.*, 1988, 61: 2332
- [5] Qian Y, d'Humieres D, Lallemand P. Lattice BGK Models for Navier-Stokes Equation. *Europhys. Lett.*, 1992, 17(6): 479
- [6] Chen H, Chen S, Matthaeus W H. Lattice Boltzmann Model for Simulation of Magneto-hydrodynamics. *Phys. Rev. A*, 1992, 45: 5339
- [7] Bhatnagar P L, Gross E P, Krook M. A Model for Collision Processes in Gases, I. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Dimensional Systems. *Phys. Rev.*, 1934, 94: 511-525
- [8] P A Skordos. Initial and Boundary Conditions for Boltzmann Method. *Phys. Rev. E*, 1993, 48: 4823-4842
- [9] Shuling Hou, Qisu Zou, Shiyi Chen, et al. Simulation of Cavity Flow by the Lattice Boltzmann Method. *J. Comput. Phys.*, 1995, 118: 329-347
- [10] Ghia U, Ghia K N, Shin C T. High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method. *J. Comput. Phys.*, 1982, 48: 387