

[文章编号] 1001-246X(2001)03-0225-05

周期性渐扩—渐缩通道层流流动与换热特性研究

徐佳莹, 王秋旺, 杨小玉, 王 良, 陶文铨

(西安交通大学能源与动力工程学院热流中心, 陕西 西安 710049)

[摘 要] 以渐扩—渐缩通道内周期性充分发展的层流流动与换热为研究对象, 采用 SIMPLE 算法, 适体坐标网格及 Amano 周期性边界条件的实施方案对之进行数值模拟, 计算了在层流范围内不同 Re 数下的流动与换热规律. 结果表明, 在 $Re = 100 \sim 1\,000$ 范围内, 与平行平板通道相比, 阻力增强了 (10 ~ 200) %, 换热增强了 (40 ~ 320) %.

[关键词] 渐扩—渐缩通道; 周期性充分发展; SIMPLE 算法; 适体坐标

[中图分类号] TK124 [文献标识码] A

0 引言

对流换热现象及其强化方法由于其广泛的应用背景, 一直是人们关注并不断研究的问题^[1]. 通道内或管道内流动与换热是工业中最为常见且有效的形式之一, 很多流动通道的截面形状非常复杂且常常呈周期性变化. 由于采用实验方法周期长且费用昂贵, 对其进行数值研究十分必要. 文[2~8]详细研究了各种复杂通道内流动与换热的规律. 本文采用 SIMPLE 算法, 并利用适体坐标网格, 对一种二维渐扩渐缩通道内充分发展段牛顿流体层流流动与换热规律进行了研究.

1 物理问题及数学描述

以两个连续通道为例, 其通道形状如图 1 所示:

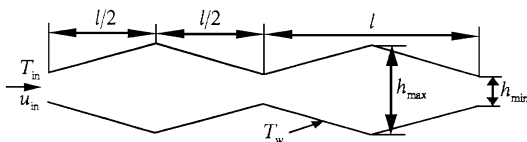


图 1 通道形状示意图

Fig. 1 Sketch of the periodic divergent-convergent channels

通道水平放置, 在垂直纸面方向认为无限宽. 图中尺寸: $h_{\max} = 7.99 \text{ mm}$, $h_{\min} = 2.63 \text{ mm}$, $l = 20.0 \text{ mm}$. 壁温及进口温度: $T_w = 30.0$, $T_{in} = 10.0$. 计算在常壁温条件下进行.

所作基本假设如下:

- 1) 流动为二维、稳态、层流;
- 2) 流动与换热均已充分发展;
- 3) 工质为水, 物性为常数, 定性温度取为

$$T_m = (T_w + T_{in}) / 2 = 20.0$$

上述过程流动与换热的控制方程可写成通用形式^[9]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(u \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial}{\partial y} \right) + R. \quad (1)$$

式中 为广义变量, 代表 u 、 v 、 T 等待求解变量, μ 、 R 分别为对应于广义变量 的广义扩散系数和源项. 表 1 给出了相应表达式.

表 1 变量 u 、 v 、 T 的 μ 及 R 值

Table 1 Values of μ and R for u , v , T

	μ	R
u	μ	$-\partial p / \partial x$
v	μ	$-\partial p / \partial y$
T	μ / Pr	0

边界条件为:

上下边为固壁条件

$$u = 0, \quad v = 0, \quad T = T_w. \quad (2)$$

进出口为周期性边界条件

$$u_{in} = u_{out}, \quad v_{in} = v_{out}, \quad \frac{T - T_w}{T_b - T_w} \Big|_{in} = \frac{T - T_w}{T_b - T_w} \Big|_{out}. \quad (3)$$

[收稿日期] 1999-08-19; [修回日期] 2000-04-27

[基金项目] 国家自然科学基金(59995460-2)和高等学校博士学科点专项科研基金(9569801)资助项目

[作者简介] 徐佳莹(1975-), 男, 湖北鄂州, 硕士, 主要从事传热强化及数值模拟研究.

式中 T_b 为按体积平均计算的截面平均温度.

2 数值模拟方法

对如图 1 这样的复杂区域进行网格离散, 本文采用适体坐标系 (图 2). 在适体坐标系中, 物理平面上复杂的几何区域变为计算平面上的矩形区域, 从而使问题得到简化. 文 [9] 详细阐述了适体坐标系的概念及其生成方法, 此处不再赘述. 图 2 显示了物理平面与计算平面的对应关系. 物理平面上的坐标为 (x, y) , 计算平面上的坐标为 (ξ, η) . 在计算中, 为了方便, 常常取 $\xi = 1, \eta = 1$, 这样计算平面上每个网格都是一个单位正方形.

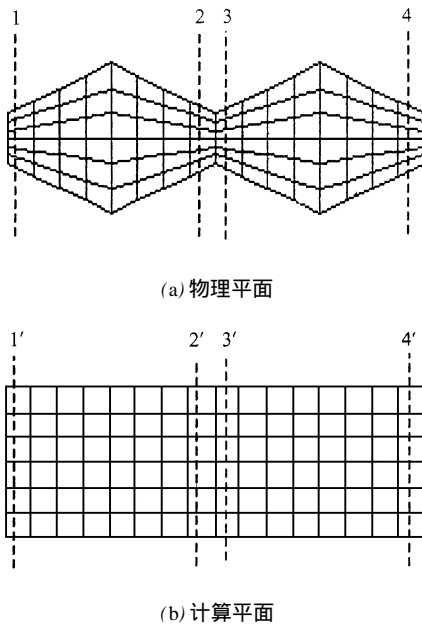


图 2 物理平面与计算平面的对应关系
Fig. 2 Physical and computational domain

本文采用 Amano^[2]提出的方法来实现周期性条件, 并把计算区域作适当延长. 先假定一个入口分布, 出口边界取为局部单向化的条件^[9]. 为计算及处理的方便, 本文延长了一个周期, 进行迭代计算, 迭代一定次数后再把中间位置的速度场传给计算区域的入口和出口, 重新作为入口和出口流速, 为此反复迭代到周期性条件满足为止.

进出口周期性条件表述如下

$$\begin{aligned} u(x_1, y) &= u(x_3, y), \\ v(x_1, y) &= v(x_3, y), \\ (x_1, y) &= (x_3, y); \\ u(x_2, y) &= u(x_4, y), \\ v(x_2, y) &= v(x_4, y), \\ (x_2, y) &= (x_4, y). \end{aligned} \tag{4}$$

式中 (x, y) 为无量纲过余温度, 定义为

$$\begin{aligned} (x, y) &= \frac{T(x, y) - T_w(x)}{T_b(x) - T_w(x)} \\ &= \frac{T(x, y) - T_w}{T_b(x) - T_w}. \end{aligned} \tag{5}$$

变换为计算平面上的边界条件

$$\begin{aligned} U(1, \eta) &= U(3, \eta), \\ V(1, \eta) &= V(3, \eta), \\ (1, \eta) &= (3, \eta); \\ U(2, \eta) &= U(4, \eta), \\ V(2, \eta) &= V(4, \eta), \\ (2, \eta) &= (4, \eta). \end{aligned} \tag{6}$$

其中 $(\xi, \eta) = \frac{T(\xi, \eta) - T_w}{T_B(\xi, \eta) - T_w}$.

以上诸式中, 下标 1, 2, 3, 4 及 1', 2', 3', 4' 分别是表示物理平面和计算平面两相邻周期中的截面位置, 1 与 3, 2 与 4, 1' 与 3', 2' 与 4' 在两周期中位置对应 (如图 2 所示).

用整体质量平衡法修正了速度 u, v , 即把中间截面 3(3'), 2(2') 上的速度 u, v 先乘一个质量平衡修正系数, 再代入进出口截面 1(1'), 4(4'), 进行下一轮迭代. 这样, 就在周期性边界条件得以实施的同时, 保证了流体质量守恒. 计算中取 u, v, T, p 的松弛因子分别为 0.3, 0.3, 0.8, 0.3.

迭代计算收敛准则:

对所求解的 u, v, T 变量, 要求前后两步迭代计算结果之差小于 10^{-6} 数量级;

最大质量残差绝对值在 10^{-4} 数量级;

进出口质量平衡系数和周期压降在相邻两轮计算之比值均趋近于 1;

上述 u, v, T, p 结果均连续出现 20 次以上.

采用上述方法对平直通道的流动与换热进行了校核计算, 结果发现与精确解 (对平直通道^[10]: $fRe = 96, Nu = 7.541$) 的偏差都小于 2%. 因而, 上述算法可用于渐扩—渐缩通道内流动和换热的计算.

计算中用到的参数定义如下^[10]

$$f = \frac{-\frac{dp}{dx} \cdot d_c}{\frac{\rho u_{in}^2}{2}}, \quad Re = \frac{u_{in} d_c}{\nu}, \quad Nu = \frac{hd_c}{k} \tag{7}$$

其中 u_{in} 为通道进口流速, d_c 为当量直径, ν 和 k 分别为流体的运动粘性系数和导热系数.

3 计算结果及讨论

3.1 速度场及温度场

为考查不同的 Re 下这种渐缩渐扩通道中的流动与换热,本文计算了 $Re = 100 \sim 1\,000$ 共 6 种情况,图 3 显示了 $Re = 100, 200, 400, 1\,000$ 情形下速度场与温度场的计算结果.

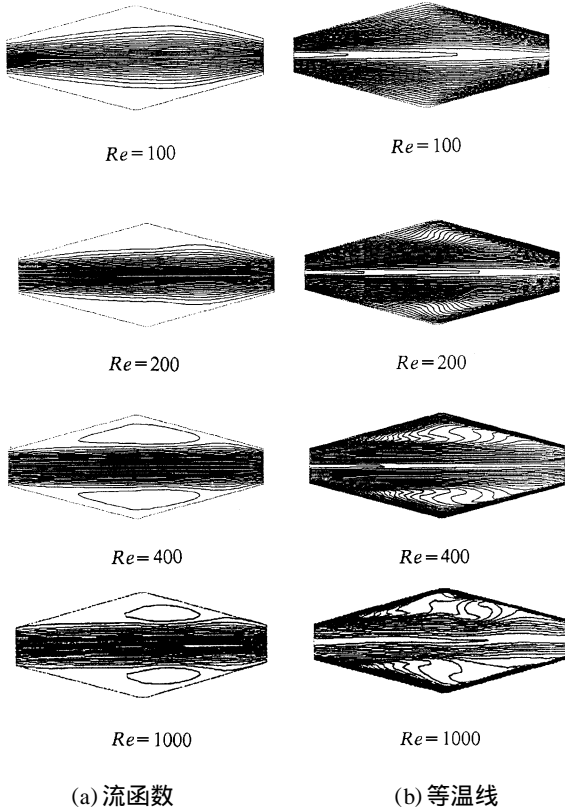


图 3 不同 Re 数的计算结果

Fig. 3 Flow and temperature field at different Reynolds numbers

由图可见:

1) 在 $Re < 200$ 时,这一渐扩—渐缩通道的流动接近于平直通道,主要表现在速度场流函数图(图 3 (a))上未出现涡;等温线并无反转现象发生(图 3 (b)).

2) 当 Re 数增加到 400 时,流函数图上已出现涡,即产生回流现象;截面上的等温线已出现反转现象(即等温线出现 S 形),这是截面上出现回流所造成的.

3) 随着 Re 数增加,涡的强度增大,且涡中心向下游移动;等温线反转现象日益显著,且等温线反转最剧烈的截面的位置也相应地向下游移动.这进一步表明回流与等温线反转之间的联系密切.

4) 但在所计算 Re 数的范围内,通道中间部分的流函数线与等温线基本上相互平行,表明上下尖角处的回流运动对通道中心部分的流动与换热并无

显著影响.

3.2 局部阻力及换热特性

1) 阻力特性

图 4 表示不同 Re 数时,周期内通道截面上的平均静压随轴向位置的变化.由图可以看出:

在不同周期相应位置上,截面平均静压变化表现出周期性.

一个周期内,在渐扩通道部分,由于沿着流动方向截面积不断增大,流速下降,因而静压迅速上升.值得注意的是静压曲线并不前后对称,而是通过了通道的中间位置后还继续上升,取得峰值后再迅速下降到出口截面上的值.这一变化特性与上述截面上回流区的形成有关. Re 数较高时,在通道尖角处形成了回流,相当于减少了实际流通面积,而过了通道的中间位置后,由于回流区的迅速减小,虽然通道面积减小了,但实际的流通面积反而有所增加,因而流体的静压要继续上升一段距离,直到截面上的流速被真正加速时,流体压力才开始下降.

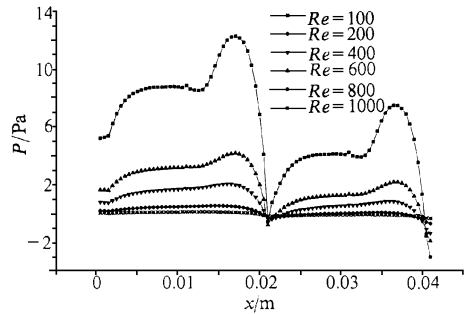


图 4 截面平均静压随轴向位置的变化

Fig. 4 Variation of average pressure vs axial location

2) 传热特性

图 5 表示周期内局部 Nu 数的变化趋势.因为上下壁面局部 Nu 数几乎没有差别,所以图中仅示出了壁面局部 Nu 数的计算结果.由图可以看出:

局部 Nu 数在不同周期相应位置上表现出周期性.

在同一周期内, Nu 数先下降,经历一段平稳期(相应于涡的位置)后,快速增加,在渐缩段尾部达到最大,产生涡的位置最小.

Re 数越大, Nu 数越大,且变化幅度也越大.

3.3 平均阻力及换热特性

1) 阻力特性

图 6 表示了周期平均 $f \sim Re$ 变化关系.由图 6 可以看出:

雷诺数 Re 越大,周期平均摩擦系数 f 越小,

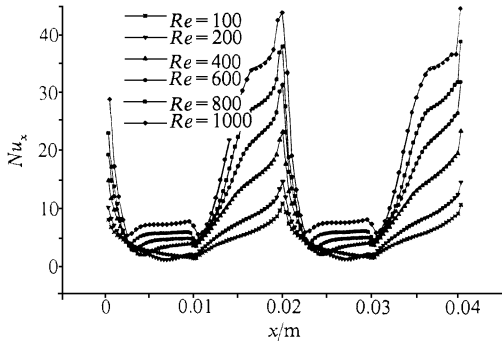


图 5 局部 Nu 数的周期变化趋势

Fig. 5 Periodic variation of local Nusselt number

且 f 与 Re 数较好地符合幂律函数关系；

与平行平板流动比较,周期性渐扩—渐缩通道内的流动 $f \sim Re$ 曲线在曲线 $f = 96/Re$ 上方,且斜率较大.这说明渐扩—渐缩通道内的流动阻力比平行平板大,且 Re 越大,这种阻力增大越显著.

将计算结果按最小二乘法拟合得

$$f = 30.95 \times Re^{-0.731}, \quad (8)$$

上式适用范围为 $100 < Re < 1000$, 拟合偏差小于 5%. 与平行平板流动阻力公式 $f = 96/Re$ 比较,发现在 $100 < Re < 1000$ 范围内,阻力约增加了 10% ~ 200%.

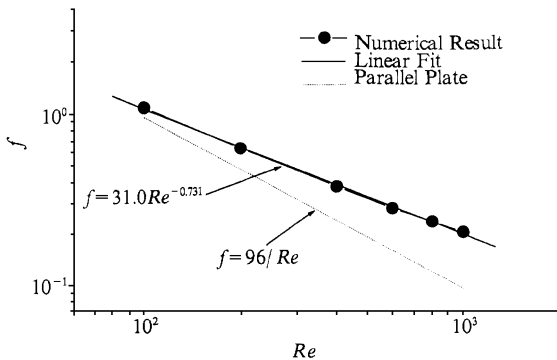


图 6 水的周期平均 $f \sim Re$ 变化关系

Fig. 6 Variation of periodic friction factor vs Reynolds number

2) 传热特性

图 7 表示了周期平均 $Nu \sim Re$ 变化关系. 由图可看出:

周期平均 Nu 数随 Re 数的增加而增加. Re 较大 ($Re > 200$) 时, Nu 与 Re 较好地符合幂律函数关系; Re 较小 ($Re < 200$) 时,由 Nu 的变化趋势来看,随着 Re 的减小,换热的 Nu 数接近于恒壁温加热时平行平板通道的 Nu 值. 图 3 的计算结果正好表明了这一点.

与平行平板内恒壁温加热边界条件层流流动

时的换热比较,周期性渐扩渐缩通道内的换热 $Nu \sim Re$ 曲线在曲线 $Nu = 7.541$ 上方,且随 Re 增大而远离此线. 这说明周期性渐扩渐缩通道内恒壁温加热时的层流换热比平行平板强烈,且 Re 越大,这种换热强化越显著.

将计算结果按最小二乘法拟合得

$$Nu = 0.287 \times Re^{0.680}, \quad (9)$$

上式适用范围为 $200 < Re < 1000$, 拟合偏差小于 5%. 与平行平板恒壁温边界条件时的理论值 $Nu = 7.541$ 比较,换热增强了约 40% ~ 320%.

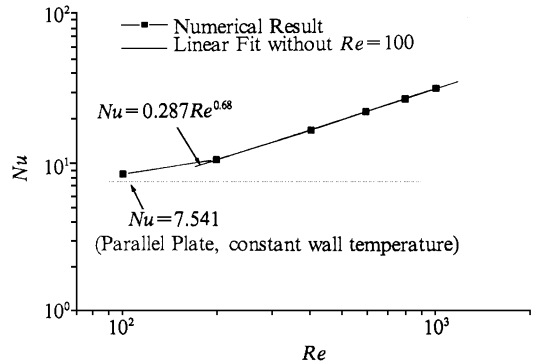


图 7 水的周期平均 $Nu \sim Re$ 变化关系

Fig. 7 Variation of periodic Nusselt number vs Reynolds number

4 结论

本文采用适体坐标中的 SIMPLE 算法,并采用 Amano 提出的方法,实现了适体坐标中周期性边界条件的计算实施,数值模拟了一种周期性充分发展渐扩—渐缩通道内水的层流流动与换热. 计算结果表明,水在周期性渐扩—渐缩通道层流流动 $f \sim Re$ 关系,以及恒壁温加热层流换热 $Nu \sim Re$ 关系,在 $Re = 100 \sim 1000$ 范围内,按最小二乘法可分别拟合如下指数关系式: $f = 30.95 \times Re^{-0.731}$, $Nu = 0.287 \times Re^{0.680}$. 对于水而言,本文中的周期性渐扩—渐缩通道与平行平板通道比较,在相同 Re 下,阻力有所增加,但换热增强更明显,这对于工业生产是有明显意义的.

[参 考 文 献]

[1] Webb R L. Principle of Enhanced Heat Transfer [M]. New York: John Wiley & Sons, 1994.

[2] Amano R S. A Numerical Study of Laminar and Turbulent Heat Transfer in a Periodically Corrugated Wall Channel [J]. ASME J Heat Transfer, 1985, 107: 564 - 569.

- [3] Faghri M , Asako Y. Numerical Determination of Heat Transfer and Pressure Drop Characteristics for a Converging-Diverging Flow Channel [J]. ASME J Heat Transfer , 1987 , **109** : 606 - 612.
- [4] Prata T , Sparrow E M. Heat Transfer and Fluid Flow Characteristics for an Annulus of Periodically Varying Cross Section [J]. Numerical Heat Transfer , 1984 , **7** : 285 - 304.
- [5] Sparrow E M , Prata A T. Numerical Solutions for Laminar Flow and Heat Transfer in a Periodically Converging-Diverging Tube with Experimental Confirmation [J]. Numerical Heat Transfer , 1983 , **6** : 441 - 461.
- [6] Xin R C , Tao W Q. Numerical Prediction of Laminar Flow and Heat Transfer in Wavy Channels of Uniform Cross-Sectional Area [J]. Numerical Heat Transfer , 1988 , **14** : 465 - 481.
- [7] Xiao Q , Xin R C , Tao W Q. Analysis of Fully Developed Laminar Flow and Heat Transfer in Asymmetric Wavy Channels [J]. Int Comm Heat Transfer , 1989 , **16** (2) : 227 - 236.
- [8] 杨小玉 , 徐佳莹 , 陶文铨. 非牛顿流体在渐扩渐缩周期性通道内的层流充分发展段对流换热数值计算 [J]. 哈尔滨工业大学学报 , 1999 , **31** (增刊) : 67 - 70.
- [9] 陶文铨编著. 数值传热学 [M]. 西安 : 西安交通大学出版社 , 1988.
- [10] Bejan A. Convection Heat Transfer [M]. Second Edition , John Wiley & Sons , 1995.

NUMERICAL STUDY ON THE LAMINAR FLUID FLOW AND HEAT TRANSFER CHARACTERISTICS IN PERIODIC DIVERGENT-CONVERGENT CHANNELS

XU Jia-ying , WANG Qiu-wang , YANG Xiao-yu , WANG Liang , TAO Wei-quan

(School of Energy and Power Engineering , Xi ' an Jiaotong University , Xi ' an 710049 , P R China)

[**Abstract**] The laminar flow and heat transfer of water in periodic fully-developed divergent-convergent channels has been investigated numerically. The SIMPLE algorithm and body-fitted coordinates (BFC) are used. The periodic boundary condition is treated using the method proposed by Amano. It is found that under the range of $Re = 100 \sim 1\,000$, the friction factor is about 10 % ~ 200 % more than that of parallel plate channel , while the average Nusselt number is about 40 % ~ 320 % more than that of parallel plate channel.

[**Key words**] divergent-convergent channels ; periodic fully-developed ; SIMPLE algorithm ; BFC