

复杂区域流动换热问题的一种新的 网格处理方法

刘继平, 聂建虎, 严俊杰, 陶文铨
(西安交通大学, 710049, 西安)

摘要: 在阶梯形网格法的基础上发展了一种二维复杂区域流动与换热问题的新的数值方法. 该法采用了同位网格下的 SIMPLEN 算法, 并借鉴了非结构化网格技术来进行复杂计算区域的网格划分及组织计算. 用这种方法计算了方腔内的自然对流及圆内开缝正方形加热环体的自然对流, 取得了很好的效果.

关键词: 自然对流; 数值计算; 复杂区域

中国图书资料分类法分类号: TK124

Computation of Flow and Heat Transfer Problems in Complex Region

Liu Jiping, Nie Jianhu, Yan Junjie, Tao Wenquan
(Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: An new method is developed for computing two-dimensional flow and heat transfer problems in complex geometries. The SIMPLEN algorithm is adopted, and an unstructured grid like grid system in cartesian wordionates is developed to deal with irregular boundaries. Two typical examples of natural convection in enclosure are presented.

Keywords: *natural convection; numerical simulation; complex region*

复杂区域的流动及换热问题的数值模拟是数值计算中一个很活跃的课题^[1]. 随着数值传热学的发展和普及应用, 这一问题越来越突出. 在实际问题中, 流动的区域很少是规则的, 其计算区域往往很难用常规的正交网格系统来表示. 现已提出了许多方法来解决这一问题, 主要有适体坐标法^[1]、非结构网格法^[2]等. 适体坐标法是利用网格变换将不规则的物理区域变换成规则的计算区域, 在规则的计算区域内求解变换后的微分方程, 将区域的复杂性转

移到微分方程上. 在实际运用中, 对于特别复杂的区域, 往往很难生成网格, 即使生成网格, 也不一定适合于计算过程, 而且计算收敛较慢. 非结构化网格是在有限元方法的影响之下, 于最近 10 几年发展起来的. 该法可根据计算问题的特点自由布置网格系统, 对任何复杂的区域, 均可获得高质量的网格. 但是, 采用这种方法时, 网格生成前处理过程极为复杂, 程序的组织及编写也比结构化网格系统复杂, 而且求解过程中收敛速度也比结构化网格要慢.

由以上分析可知,在处理复杂区域流动及换热问题之时,适体坐标及非结构化网格各有优缺点.在实际工程中,特别是对初学者,迫切需要一种简单、实用、计算速度快的算法.本文将基于阶梯形网格法^[1],发展出一种新的计算方法.常规的阶梯形网格法使用阶梯形锯齿状折线来代替原来光滑的曲线边界,会产生大的误差,且这一误差产生在计算边界上,而对绝大多数计算,边界附近的流动、换热规律恰恰是计算者最为关心的;另外,该法在计算区域之外要布置没有意义的网格,浪费了计算资源.本文发展的处理方法完全克服了这两个缺点.类似的处理方法最早是由 Quirk 于 1994 年提出的,并用来求解无粘可压缩流动^[3,4].本文将用这种方法来求解粘性流动及对流换热问题.

1 网格系统的建立及前处理

如图 1 所示,对一复杂区域,使用一包含该区域的矩形将其覆盖,然后使用一系列与矩形两边平行的水平线与垂直线去剖分该矩形,得到了网格系统.采用非结构化网格处理方法中所使用的一维编号技术,将所有的计算点及边界点按照某种规则,从小到大进行编号.由于计算点采用一维编号技术,其相邻关系的确定不能从计算点编号简单确定,需要设立

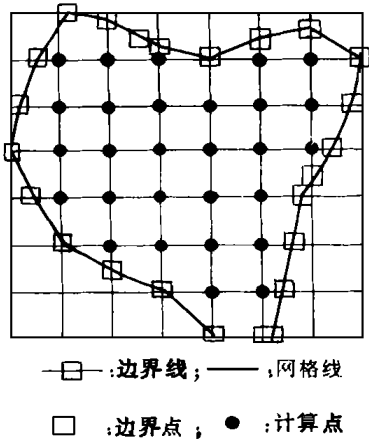


图 1 复杂区域及其网格剖分

数组来存储.同样,计算点在网格中的位置也要用数组进行存储.

为了方便建立及求解方程,引入扫描线^[4],这是为适应本算法所提出的新技术.所谓扫描线,就是位于同一条网格线上连续分布的所有计算点组成的集合.扫描线分水平扫描线及垂直扫描线,其建立过

程由计算机来完成.

网格系统建立后,使用区域离散方法 A^[1]来划分控制容积,其具体实施过程见文献[5].

2 离散方程的建立及求解

在离散方程建立中,使用文献[5]所述的同位网格法.其基本思想是,界面上速度的计算通过动量插值来获得,使得相邻两点的压差出现在计算方程中,从而避免了不合理压力锯齿波的出现.对图 2 所示的区域,设流体密度为 ρ , x 及 y 方向的速度分别为 u 和 v , ϕ 变量的扩散系数及源项分别为 Γ 和 S_ϕ , 其方程为^[1]

$$\rho \frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \rho \frac{\partial (u\phi)}{\partial x} + \frac{\partial (v\phi)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S_\phi$$

定义 $J_x = \rho u \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}$
 $J_y = \rho v \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}$

有 $(J_x^e - J_x^w) \Delta y^* + (J_y^n - J_y^s) \Delta x^* = S_\phi^* V_p$
 其中: V_p 为该控制容积的体积.该式与规则网格上的处理方法完全类似^[1].由此可见,只要引入 Δx^* 、 Δy^* 及 V_p , 可以用处理规则网格的方法来进行临界点方程的离散.

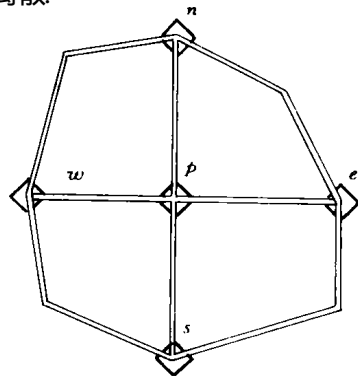


图 2 不规则的控制容积

压力修正方程的建立采用 SIMPLER 算法,可参见文献[5].由此即建立了基于上述复杂网格系统的离散代数方程.由于建立了水平及垂直扫描线,在扫描线上,方程的建立过程可采用常规的结构化网格中的简化方法^[1].在方程的求解时,可以在扫描线上使用 TDMA 法,避免了复杂的共轭梯度法及效率很低的点迭代法,从而简化了计算,提高了计算效率^[4]

3 算例

3.1 方腔内的自然对流

方腔内的自然对流是数值传热学中的一个经典问题, 常被用来考核算法及程序. 如图 3 所示, 为考核需要, 取坐标轴与方腔壁面成 45° (算例 1). 这样, 在使用均分网格后, 就得到图 4 所示的网格系统. 为了计算需要, 这里切去了 4 个角上的计算点^[4].

为减少计算量并提高计算精度, 计算中使用了 Richardson 外推法. 详细的求解过程见文献[4]. 经计算, 求出当 $Ra = 10^5$ 时, 其 Nu 数为 4.575, 其温度场如图 5 所示, 与基准解符合良好.

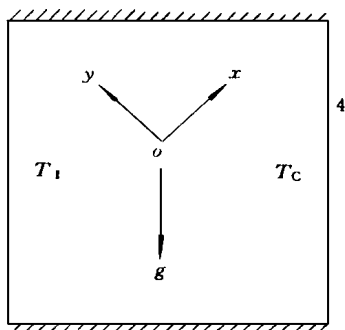


图 3 方腔内的自然对流

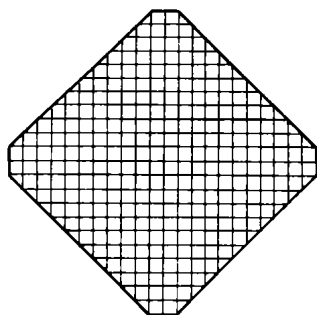


图 4 算例 1 的计算网格系统

与实验值相比, 该式的误差平均为 7% 左右, 最大不超过 16%. 计算求出了当 Ra 数为 5×10^4 时的温度场, 如图 8 所示.

上述两个算例说明, 本文提出的处理复杂区域流动与换热问题的计算方法是切实可行的. 由于只计算了少数几个算例, 尚不清楚本算法在计算其他复杂区域流动与换热问题时的特性. 为了发展及推广本算法, 尚需计算更多的算例, 本文作者正在积极进行这方面的工作.

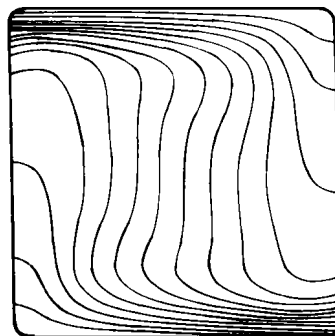


图 5 $Ra = 10^5$ 时的温度场

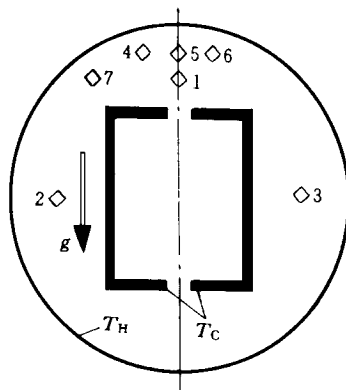


图 6 圆内开缝正方形环体内的自然对流

3.2 圆内开缝正方形环体的自然对流

为进一步考核算法, 研究如图 6 所示的圆形腔体内绕加热开缝正方形环体的自然对流问题(算例 2). 由于计算区域的复杂性, 不论是使用适体坐标还是其他任何网格生成法, 要生成适合计算的网格系统并非易事. 考虑到该问题的对称性, 仅取右半边区域进行网格剖分, 如图 7 所示. 计算发现^[4], 在 $10^3 \leq Ra \leq 10^5$ 范围内, 其相对当量导热系数 K_{eq} 与 Ra 间有下述关系

$$K_{eq} = 0.174Ra^{0.284}$$

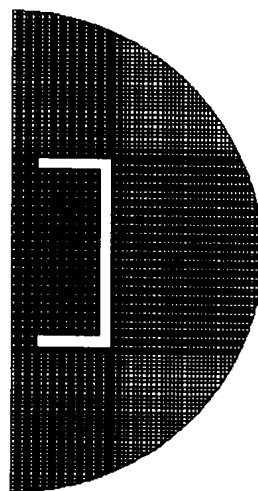


图 7 算例 2 的网格剖分

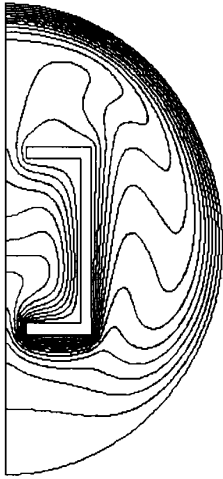


图8 $Ra=5 \times 10^4$ 时的温度场

4 结论

本文提出了一种新的复杂区域流动与换热问题数值计算方法. 这种方法系由阶梯形网格法发展而来, 采用了非结构化网格的一些技术, 并引入了扫描线. 最后给出的两个成功算例表明, 该法具有简单、

快速、可靠等优点.

参考文献:

- [1] 陶文铨. 数值传热学. 西安: 西安交通大学出版社, 1988.
- [2] Chen Y S. An unstructured finite volume method for viscous flow computations. In: Proc of 7th International Conference on Finite Element Methods in Flow Problems. Huntsville: University of Alabama, 1988. 3~7.
- [3] Quirk J J. An alternative to unstructured grids for computing gas dynamic flow around arbitrarily complex two dimensional bodies. Computer & Fluids, 1994, 23: 125~142.
- [4] 刘继平. 封闭空腔内孤立物体自然对流稳定性分枝现象研究: [博士学位论文]. 西安: 西安交通大学能源与动力工程学院, 1996.
- [5] Rhie C M, Chow W L. A numerical study of the turbulent flow past an isolated airfoil with trailing edge separation. J of AIAA, 1983, 21: 1525~1532.

(编辑 蒋慧妹)

(上接第16页)

3 小结

作者提出一种基于本文的矩阵构造、直接根据特征值的大小进行源数估计的方法. 利用该方法, 可以在进行特征子空间分解和 DOA 估计的过程中直接完成源数估计, 基本不增加运算量, 并给出了进行源数估计的步骤. 最后, 简单分析了几个参数的选择对估计结果的影响, 并通过蒙特卡洛试验加以证实.

参考文献:

- [1] Gardner W A. Spectral correlation of modulated signals, part I: analog modulation. IEEE Trans on Comm, 1987, 35(6): 584~594.
- [2] Gardner W A. Spectral correlation of modulated signals, part II: digital modulation. IEEE Trans on Comm, 1987, 35(6): 595~601.
- [3] Xu Guanghan. Direction of arrival estimation via exploitation of cyclostationarity: a combination of temporal and spatial processing. IEEE Trans Signal Processing, 1992, 40(7): 1775~1785.
- [4] Gardner W A. Simplification of MUSIC and ESPRIT by exploitation of cyclostationarity. Proc of IEEE, 1988, 76(7): 845~847.
- [5] Shell S V, Cxababreha R A, Gardner W A, et al. Cyclic MUSIC algorithms for signal selective DOA estimation. In: Proc of IEEE Int Conf Acoustic, Speech, Signal Processing. New York: IEEE, 1989. 2278~2281.
- [6] 刘树德, 罗景青. 空间谱估计及其应用. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1997.

(编辑 荆树蓉)