

圆内开缝八边形自然对流换热的数值分析

李少华 陶文铨

(西安交通大学, 710049, 西安)

邹增家 杨沫

(东北电力学院)

摘要 对圆内开缝八边形自然对流换热进行了数值分析。数值计算发现, 在一定的 Ra 下, 圆内开缝八边形自然对流动随开缝度的增加其流型由双环流向叁环流转变。在这种转变的临界点换热量达最大值。在开缝度 s 大约为0.4左右时, 数值计算结果不是唯一的, 与初始值有关(静态分歧)。当初始流场采用双环流流型时, 数值计算得到双环流流场; 而当初始流场为叁环流流型时, 数值结果将收敛于叁环流流场。

关键词 自然对流 数值分析 流型

中国图书资料分类法分类号 TK13

圆内开缝八边形自然对流换热的应用背景是发电站中采用的离相封闭电流母线。这种电流母线由一开缝八边形筒及其外同心套装的金属圆筒所构成, 如图1所示。电流通过开缝八边形内筒所产生的热量由辐射和自然对流传至外筒壁, 然后由外筒壁散至周围环境。水平放置的这种电流母线内筒与外筒间的对流换热可简化为二维封闭圆内开缝八边形的自然对流换热问题。Zhang 等^[1], 郑正等^[2]分别对这种自然对流换热问题进行了实验研究, 杨沫等^[3]对开缝八边形自然对流换热进行了数值计算, 得到了与实验一致的结果。本文采用与文献[3]相同的数值计算方法, 进一步对圆内开缝八边形在不同开缝度时的自然对流换热进行了数值计算, 并分析了开缝度对圆内开缝八边形自然对流换热的影响。

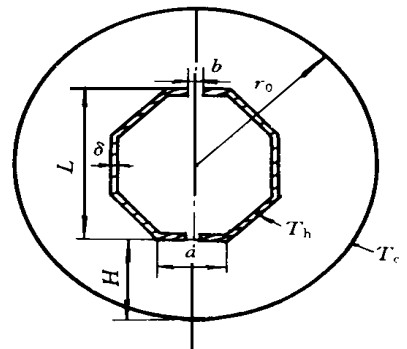


图1 开缝八边形母线截面图

收到日期: 1996-04-15 李少华: 男, 1957年4月生, 能源与动力工程学院热工教研室, 博士生; 现在东北电力学院科研处, 副教授

* 国家自然科学基金资助项目 (59376280).

1 数值计算模型及方法

1.1 数学模型

假设图1所示的封闭圆内流体符合 Boussinesq 假设, $Pr = 0.7$. 内部八边形及外边界圆分别为均匀温度 T_h 和 T_c . 定义下列无量纲参数

$$\begin{aligned} R &= r/H; & U &= V_\theta/U_R; \\ V &= V_r/U_R; & \Phi &= (T - T_c)/(T_h - T_c); \\ F &= \frac{\tau U_R}{H}; & P &= p/\rho U_R^2; \\ Ra &= g\beta(T_h - T_c)H^3/\alpha u; & U_R &= (RaPr)^{1/2}a/H \end{aligned}$$

其中 V_θ 及 V_r 分别为极坐标系下流体切向和径向速度分量; T 、 p 分别为温度和压力; α 、 u 、 g 、 β 、 ρ 分别为热扩散系数、粘度、重力加速度、热膨胀系数和密度; τ 为时间

封闭圆内自然对流换热在极坐标下的数学描述为

$$\frac{\partial U}{\partial F} + \frac{U}{R} \frac{\partial U}{\partial \theta} + V \frac{\partial U}{\partial R} = -\frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \frac{Pr}{(RaPr)^{1/2}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} \right) + S_\theta \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial F} + \frac{U}{R} \frac{\partial V}{\partial \theta} + V \frac{\partial V}{\partial R} = -\frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial R} + \frac{Pr}{(RaPr)^{1/2}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} \right) + S_r \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial F} + \frac{U}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + V \frac{\partial \Phi}{\partial R} = + \frac{K}{(RaPr)^{1/2}} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{\partial V}{\partial R} + \frac{V}{R} = 0 \quad (4)$$

式中

$$S_\theta = -\frac{UV}{R} + \frac{Pr}{(RaPr)^{1/2}} \left(-\frac{U}{R^2} + \frac{2}{R^2} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) - \Phi \sin \theta$$

$$S_r = -\frac{U^2}{R} + \frac{Pr}{(RaPr)^{1/2}} \left(-\frac{U}{R^2} - \frac{2}{R^2} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \Phi \cos \theta$$

边界条件

$$\theta = 0 \text{ 或 } \pi, \quad \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = 0, \quad U = 0$$

$$R = R_0, \quad U = V = 0, \quad \Phi = 0$$

初始条件

$$F = 0, \quad U = V = \Phi = 0$$

本文研究的是稳态问题, 但采用拟非稳态解法, 因此, 上述微分方程中包含有非稳态项, 并且给出了初始条件. 如不特殊说明, 本文计算结果的初始条件均为零场. 本文采用整体解法来处理计算区域内固体八边形, 因此在固体八边形上还附加以下条件

$$U = V = 0, \quad \Phi = 1, \quad K = \text{大数}(10^{30})$$

1.2 数值计算方法^[4,5]

本文采用基于原始变量的差分法, 由控制容积进行微分方程的离散. 对流-扩散项用幂函数方案, 并用 SIMPLE 方法处理压力与速度耦合. 开缝固体八边形用阶梯形网格来逼近, 其所形成的固体孤岛用大系数法处理^[3], 在整个圆域内按耦合问题整体求解

1.3 几个计算参数的定义

1.3.1 无量纲平均当量导热系数

$$K_{eq} = \frac{Q}{2K_f(T_h - T_c)} \ln \frac{r_0}{r_i} \frac{r_i}{2\pi r_i - 2b} \quad (5)$$

式中 r_i 为相当圆半径(相当圆是与未开缝八边形周长相同的圆); Q 为单位长度八边形筒的散热量

1.3.2 按未开缝八边形周长折算的无量纲平均当量导热系数

$$K_{eq} = \frac{Q}{2K_f(T_h - T_c)} \ln \frac{r_0}{r_i} \quad (6)$$

1.3.3 八边形缝隙处无量纲流量之半

$$G = \int_0^\gamma V(R = R_i) (RaPr)^{1/2} R_i d\theta \quad (7)$$

式中 γ 是与半缝宽对应的圆心角角度

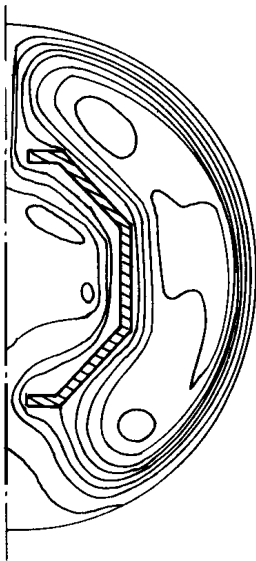
在上述定义中, K_{eq} 反映开缝八边形单位面积的平均换热量; K 则反映总换热量; G 表示由缝隙处流出的净流量

2 计算结果和讨论

计算采用的总网格数为 42×36 其它物理和几何参数为 $Ra = 5 \times 10^5$, $r_0/H = 2$, $b/H = 0.1446$, $S = b/a = 0 \sim 1.0$ (S 称为开缝度). 下面从几个方面讨论计算结果

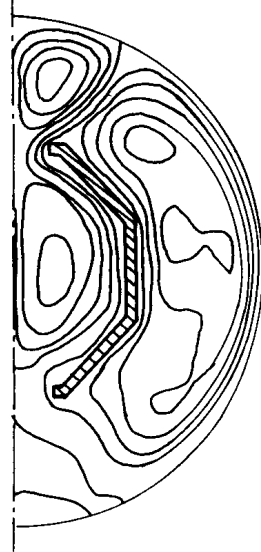
2.1 双环流和叁环流流型

图2和图3分别示出了双环流和叁环流两种流型的流线图 对各种不同开缝度的情况计算



$S = 0.4$; 初场为双环流

图2 双环流流型



$S = 0.8$; 初场为零场

图3 叁环流流型

表明,当开缝度 s 较小时,流动处于双环流流型;而当 s 超过某个临界值后,流动转变为叁环流流型。图4中 G 曲线示出了不同 s 值对八边形缝口处流量的影响。由图4可见, G 首先随 s 增加而增加;当达临界值时, G 开始随 s 增加而下降,这标志着由双环流转变为叁环流。对于叁环流,位于八边形顶上的第三个环流阻挡了流道截面,从而使流量下降。

2.2 平均当量导热系数随开缝度的变化

图4示出了 K_{eq} 与 K'_{eq} 随 s 的变化。由图4可见,这两个参数最初也随 s 的增加而增加;当达到临界点后, K_{eq} 和 K'_{eq} 随 s 增加而减小;随后, K_{eq} 随 s 增加而迅速增加,但 K'_{eq} 却基本上不随 s 增加而变化。

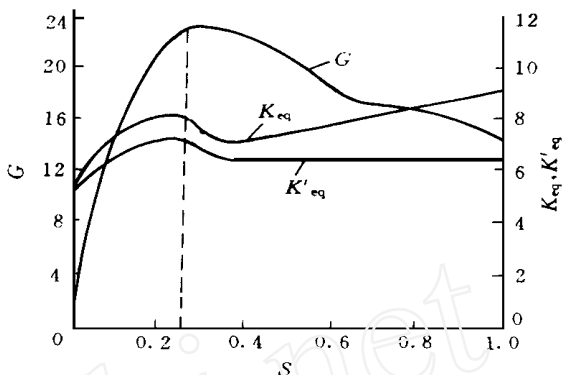
2.3 解的不唯一性问题

数值计算发现,在一定 s 值范围内,数值解与初始场有关。如图2和图5所示,这两个图形的其它计算参数都完全相同,初步数值实验表明, s 很大和 s 很小都能得到唯一解; s 在某个范围内,出现分歧解。若计算的初场为双环流流型,则数值结果也为双环流流型;若初场为零场或叁环流流型,则数值结果为叁环流流型。

Zhang^[1]等人对 $s = 0.174$ 的情形作了可视化实验,均得到双环流流型。本文所得到的流型图与实验结果符合甚好。大电流母线工程设计中所取的开缝度一般也未达到流动出现叁环流的程度。本文工作的意义在于揭示了并非开缝度越大越好。实际应用中,开缝度应取在出现叁环流之前的一个小范围内。对本文的几何尺寸, s 应在 $0.2 \sim 0.25$ 左右。

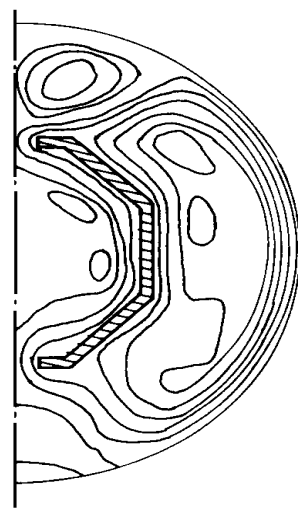
3 结论

本文对 $Ra = 5 \times 10^5$ 时开缝度 s 对圆内开缝八边形自然对流换热的影响进行了数值分析。计算结果表明,当开缝度 s 由小到大达到某个临界值时,流动由双环流变为叁环流,而且这时平均无量纲导热系数出现峰值。因而,并非开缝度越大,换热量越多。工程设计中应取在流型转变点之前。在数值计算中还发现,当 s 在某个值(约 0.4)附近时,数值解是不唯一的,即存在静态分歧。对所计算的工况,初场为双环流流型,则最终结果也为双环流流型;但若初场为叁环流流型,结果也为叁环流流型。



初值为零场; $Ra = 5 \times 10^5$

图4 G 、 K_{eq} 及 K'_{eq} 随 s 的变化曲线



初值为叁环流; $s = 0.4$

图5 叁环流流型

参 考 文 献

- 1 Zhang H L, Wu Q J, Tao W Q. Experimental study of natural convection heat transfer between a cylindrical envelope and internal concentric heated octagonal cylinder. *ASME J Heat Transfer*, 1991, 113: 116 ~ 126
- 2 郑正, 吴清金. 圆内不同开缝度下的八边形管自然对流换热的实验研究. 见: 工程热物理论文集. 西安: 西安交通大学出版社, 1990. 133~ 136
- 3 杨沫, 陶文铨, 陈钟頔. 开缝八边形离相封闭母线自然对流散热的数值计算. *中国电机工程学报*, 1991, 11 (4): 58~ 64
- 4 帕坦卡 S V. 传热与流体流动的数值计算. 张政译. 北京: 科学出版社, 1989
- 5 陶文铨. 数值传热学. 西安: 西安交通大学出版社, 1988

(编辑 蒋慧姝)

Numerical Analysis of Natural Convection in a Cylindrical Envelope with an Internal Concentric Slotted Octagon

Li Shaohua Tao Wenquan
(Xi'an Jiaotong University, 710049, Xi'an)

Zhou Zengjia Yang Mo
(Northeast Institute of Electric Power Engineering)

Abstract Natural convection in a cylindrical envelope with an internal concentric slotted octagon has been investigated numerically. The Rayleigh number is 5×10^5 and the dimensionless slot width S (slot width/length of a octagon side) varies from 0 to 1. It is found that the flow pattern changes from double-vortex to triple-vortex when S is around 0.26. Within a certain range around this critical value, there exists flow bifurcation, i.e. the final converged solution depends on the initial assumption. If the initial velocity field is of double-vortex, the converged flow pattern is double-vortex, while the zero or triple-vortex initial assumption will lead to a triple-vortex solution.

Keywords *natural convection numerical analysis flow pattern*