

炯——描述物体传递热量能力的物理量

过增元 梁新刚 朱宏晔

清华大学工程力学系, 传热与能源利用北京市重点实验室, 北京 100084

摘要 从导热过程与导电过程的比拟出发, 引入了与电容器的能量相对应的新的物理量

$E_h = \frac{1}{2} Q_{vh} T$ 。它具有“能量”的含义, 它描述了一物体所具有的热量传递的总能力。由于它是热容量与温度乘积的一半, 因此把此物理量称之为炯 (Entransy)。热量传递是一个不可逆过程, 在传递过程中部分炯将被耗散, 其数值可由炯耗散函数的体积分求得。在建立了炯平衡方程的基础上定义了炯传递的效率, 从而可讨论传热过程的优化。在变分分析的基础上, 提出了导热过程优化的炯耗散极值原理: 对于具有一定的约束条件并给定热流边界条件时, 当炯耗散最小, 则导热过程最优 (温差最小); 在给定温度边界条件时, 炯耗散最大, 则导热过程最优 (热流最大)。基于炯的耗散这个物理量定义了多维导热问题中的当量热阻, 从而可把导热优化的炯极值原理归结为导热优化的最小热阻原理。最后, 以体点散热问题为例, 计算了使导热性能最好的导热系数的最佳分布, 并对优化前后的导热性能作了比较。

关键词 炯 耗散 传热效率 传热优化 最小热阻原理

由于传热过程的强化能够提高热设备和热系统中的能源利用效率, 或者减小热设备的重量和体积, 所以广泛被应用于各个领域。例如, 在基材中添加高导热材料就能强化导热的性能; 提高流速或紊流度, 就能强化对流换热的性能等。但是由于为传热强化的“投入” (高导热材料, 增加流速等) 和传热强化的“产出”具有不同的量纲, 所以没有效率的概念, 因此, 也就没有传热优化的问题。究其原因, 在于传热学中只有热量传递速率的概念, 没有热量传递效率的概念, 从而无法讨论传热过程的优化。

从热力学角度看, 热量传递是一种不可逆过程, 属于非平衡热力学的范畴。基于变分法在力学中的成功应用, Onsager^[1,2]曾用变分原理导出非平衡热现象的基本方程, 并提出了最小能量耗散原理。Prigogine^[3]则基于热力学系统在恒定状态下应具有极值这一性质, 提出了最小熵产原理。应用熵产的局域形式可以证明定态是与最小熵产状态

相对应的, 而用积分形式时, 基于最小熵产原理则可以导出热传导、扩散和粘性流动等输运微分方程式。但是它们都不涉及传热过程的强化或优化问题。Bejan^[4,5]导出了流动和传热过程中的熵产表达式, 并以粘性和传热引起的总熵产最小作为优化目标, 研究了传热元件的最优几何参数, 以及换热器和传热系统中参数的优化, 这些都称之为热力学优化。对于体点散热问题中导热过程的优化, Bejan^[6,7]提出了树状构形理论, 据此理论可以优化布置在基材中添加的高导热材料。

本文则基于热量传递与电荷传递现象之间的比拟, 引进了一个新的物理量——炯 (Entransy)。与电容器中的电能相对应, 它具有物体热量的“能量”的含义。一个物体的炯就代表了该物体传递热量的总能力。基于这个物理量, 就可以定义传热过程的效率和讨论传热过程的优化。

表 1 导热与导电比拟中物理量的对照表

电量 Q_e [库仑]	电流 \dot{Q}_e [安培]	电阻 R_e [欧姆]	电容 $C_e = Q_e / U_e$ [法拉]
热容量 $Q_h = Mc_v T$ [焦耳]	热（量）流 \dot{Q}_h [焦耳/秒]	热阻 R_h [秒·度/焦耳]	热容 $C_h = Q_h / T$ [焦耳/度]
电势 U_e [伏特]	$E_e = \frac{1}{2} Q_e U_e$ [焦耳]	电流密度 \dot{q}_e [库仑/米 ²]	欧姆定律 $\dot{q}_e = -K_e \frac{dU_e}{dn}$
热势 $U_h = T$ [度]	?	热流密度 \dot{q}_h [焦耳/米 ² ·秒]	傅利叶定律 $\dot{q}_h = -K_h \frac{dU_h}{dn}$

1 导热与导电间的比拟

在上世纪五十年代时，数值计算的软硬件还相当不发达，对于复杂的稳态和瞬态导热问题又无解析解，而热试验又很费时费力，所以通常采用电模拟试验方法^[8]求解导热问题，这是因为导热理论中的欧姆定律与电路理论中的欧姆定律相似。在模拟中，热流与电流，热阻与电阻，温度和电压，电容量和热容量等一一相对应。例如对于集中总热容系统的瞬态导热则可用电容—电阻放电电路系统进行电—热模拟试验^[9]。文[9]认为，只要使以下比值相等：

$$\frac{1}{R_{th} C_{th}} = \frac{1}{R_e C_e} \quad (1)$$

就能使热系统和电系统相似。其中， $R_{th} = \frac{1}{hA}$ ， $C_{th} = \rho c_v V$ ， R_{th} 是热阻， R_e 是电阻， C_{th} 是热容量， C_e 是电容， h 是对流换热系数， A 是物体的表面积。

式(1)的物理意义是放电和放热的时间常数相等：

$$\tau_{th} = \frac{\rho c_v V}{hA} = \tau_e = R_e C_e \quad (2)$$

但是，两个系统的时间常数相等，只是保证了热系统中的温度（热流）与电系统中的电位（电流），随时间的变化规律相同。实际上，时间常数的相等并不能保证两个系统的

完全相似。导电现象和导热现象比拟以及它们一一相对应的物理量则列在表 1。从表 1 中可以看到，在过去的电热比拟中，在热学中没有与电容器的电能相对应的物理量。鉴于对于导热和导电现象中有如此多的对应物理量，因此对于具有一定热量的物体，我们可以引入一个与电能相对应的物理量，它是热容量与温度乘积之半：

$$E_h = \frac{1}{2} Q_{vh} U_h = \frac{1}{2} Q_{vh} T \quad (4)$$

其中， Q_{vh} 是物体的定容热容量，它就是物体的内能， U_h 是温度，即热势。下面将讨论这个物理量的物理意义和应用。

2 焯

在讨论焯的物理意义之前，我们先计算一个电容器的电能表达式，如图 1 所示，一个球形电容器具有电量 Q_e ，设无穷远处有一有限量电荷 δQ_e ，把它从无穷远处移到球形电容器边上（贴近而未进入）外界所需功为：

$$\begin{aligned} \delta W_1 &= \int_{\infty}^{r_0} F dr = \int_{\infty}^{r_0} \frac{Q_e \delta Q_e}{4\pi \epsilon_0 r^2} dr \\ &= \int_{\infty}^{r_0} \delta Q_e dU_e = \frac{Q_e \delta Q_e}{4\pi \epsilon_0 r_0} \end{aligned} \quad (4)$$

其中 U_e 是具有电量为 Q_e 的球形电容器所形成的电势， ϵ_0 是真空中介电常数。

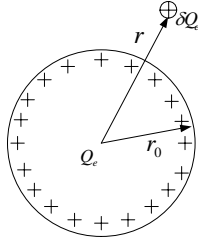


图 1a

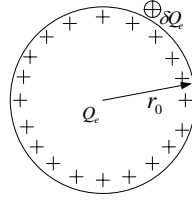


图 1b

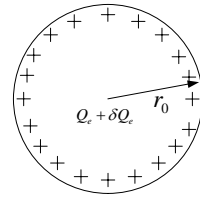


图 1c

图 1 电容器电能表达式推导示意图

现在再把处在球形电容器边缘上的电荷 δQ_e 移入球内，此时就把由式 (5a) 所表示的功带入球内，变成了球形电容器的电能。式 (5a) 可改写为：

$$\delta W_2 = \delta Q_e \frac{\delta Q_e}{4\pi\epsilon_0 r_0} = \delta Q_e \delta U_{\delta Q_e} \quad (5b)$$

其中 $\delta U_{\delta Q_e}$ 代表由于 δQ_e 加入导致球面上电势的增量，而 $Q_e \delta U_{\delta Q_e}$ 就是由于 δQ_e 的加入使电量 Q_e 部分的电能的增量。然而，把 δQ_e 加入球中，还需做功，所需的功不是由于 δQ_e 位置的变化，而是由于球面电势的增加

$$\delta W_2 = \delta Q_e \frac{\delta Q_e}{4\pi\epsilon_0 r_0} = \delta Q_e \delta U_{\delta Q_e} \quad (5c)$$

它则表示由于 δQ_e 的加入，电量 δQ_e 本身部分的电能增加。所以把 δQ_e 加入到电量为 Q_e 的球形电容器的总功，或者说由于 δQ_e 的加入，电容器电能的总增量为

$$\begin{aligned} \delta W_2 + \delta W_1 &= Q_e \delta U_{\delta Q_e} + \delta Q_e \delta U_{\delta Q_e} \\ &= (Q_e + \delta Q_e) \delta U_{\delta Q_e} \end{aligned} \quad (5d)$$

由于 $\delta Q_e \ll Q_e$ ，而且写成微分形式，则

$$dW = dE = Q_e dU_e \quad (6a)$$

这样，电容器的电能表达式应为：

$$E_e = \int_0^{Q_e} Q_e dU_e = \frac{1}{2} Q_e U_e \quad (6b)$$

值得指出的是，很多物理教科书中，把加小量电荷于电容器时，其电势能的变化写为：

$$dE_e = U_e dQ_e \quad (6c)$$

并求得电势表达式为：

$$E_e = \int_0^{Q_e} U_e dQ_e = \frac{1}{2} Q_e U_e \quad (6d)$$

需要强调的是，尽管电势能的表达式 (6b)、(6d) 是相同的（当电容 C 为常数时），但是电势能变化的微分表达式 (6a)、(6c) 的数学和物理概念都是不同的。

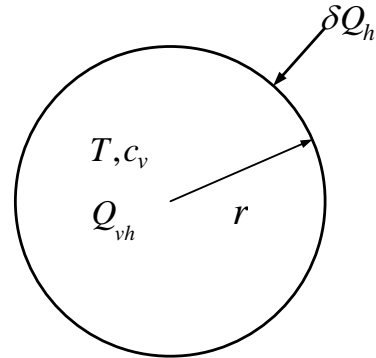


图 2 焓表达式推导示意图

下面我们来讨论焓的物理意义。设对温度为 T ，定容比热为 c_v 的物体进行可逆加热。可逆加热意味着使物体与热源的温差必须无穷小，加入的热量为无穷小，以 δQ_h 表示，如图 2 所示。连续对物体的可逆加热，意味着热源的个数为无穷多，它们依次对物体加热，这些无穷多个热源温度是以无穷小量逐渐增加，每个热源供给物体的热量又都是无穷小。由于不同温度处的热量其品位是不同的，所以温度实际上就是热量的势，因此，在加入热量的同时，也加入了热量的“势能”，简称热“势能”，即使物体的热“势能”增加。与电容器加入电量时的情况一样，当

加入无穷小热量时，物体热势能的增量是物体的热容量乘热势（温度）的微分：

$$dE_h = Q_{vh} dT \quad (7a)$$

所以，以绝对零度作为基准时，一个物体的热“势能”为：

$$E_h = \int_0^T Q_{vh} dT \quad (7b)$$

由于其量纲为卡·度，并不是能量的量纲，故在热“势能”中“势能”二字上加了引号。当 $c_v = \text{const}$ 时，由（7b）得到：

$$E_h = \frac{1}{2} Q_{vh} T = \frac{1}{2} M c_v T^2 \quad (7c)$$

如果把此物体与无穷多个与物体的温差为无穷小的冷源依次接触，此物体能传递出的总热“势能”就是 $\frac{1}{2} Q_{vh} T$ 。所以此物理量代表了物体热量的总传递能力。由于此物理量既具有能量的含义，又有传递能力的含义，故称其 **Entransy**，而在作者以前的论文[10]中，也曾把其称之为热量传递势容。

上面通过导热和导热的比拟唯象地引进了焔这个物理量，实际上在五十年代 Biot^[11] 曾通过变分求得导热微分方程过程中也引入了这个物理量。Eckert 等^[12]曾指出：“从 1955 年开始，Biot 在一系列的文章中从不可逆热力学观点出发，给出了一个变分形式的热传导方程……，Biot 定义热势为 $E = \frac{1}{2} \iiint_V \rho c T^2 dV$ ……，粘弹性和热势 E 起的作用与势（势能）相类似……。”但是

Biot 并未深入阐明热势的物理意义，而且除了在各向异性导热问题的近似求解以外，以后也很少见到它有所应用。

3 焔的耗散和焔的平衡方程

热量在介质中的传递与流体通过管道和电流通过介质一样，是不可逆过程。流体流动因摩擦阻力耗散的是机械能，电阻耗散的是电能，而热量传过介质时，热阻耗散的则是焔，即耗散的是热“势能”。对于无内热源的稳态导热热量守恒方程为

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot \dot{\mathbf{q}} = -\nabla \cdot \left(k \frac{dT}{dn} \right) \quad (8a)$$

方程两边乘以 T

$$\rho c_v T \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot (\dot{\mathbf{q}} T) + \dot{\mathbf{q}} \cdot \nabla T \quad (8b)$$

上式左边项就是微元体中焔随时间的变化，上式右边的第一项就是进（出）微元体的焔流，而右边第二项则是微元体中的焔耗散，故可写为：

$$\frac{d\varepsilon_h}{dt} = -\nabla \cdot (\dot{\varepsilon}_h) - \phi_h \quad (8c)$$

式（8c）就是焔平衡方程，而其中耗散项

$$\phi_h = -\dot{\mathbf{q}} \cdot \nabla T = k (\nabla T)^2 \quad (8d)$$

称其为耗散函数。其中 k 是导热系数， ∇T 是温度梯度。焔耗散函数 ϕ_h 的物理意义是单位时间单位体积内焔的耗散，它也类似于流体流动中机械能的耗散函数。

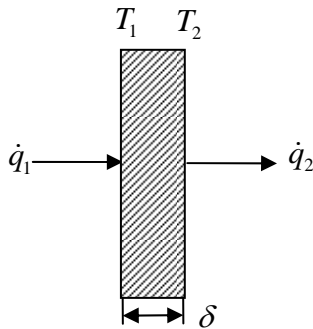


图 3：稳态导热示意图

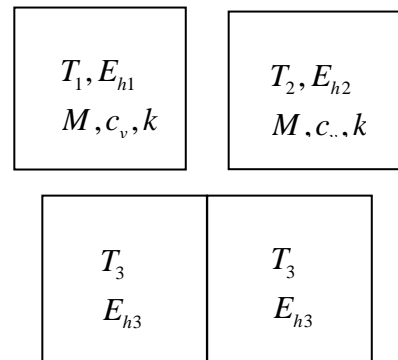


图 4：瞬态导热示意图

以一维稳态导热为例，如图 3 所示。输入厚度为 δ 的平板与输出平板的热流密度相等：

$$\dot{q}_1 = \dot{q}_2 = \dot{q} \quad (9a)$$

但是由于传热过程中焓的耗散，输入平板和从平板输出的焓则不等，它们的关系为：

$$\dot{q}_1 T_1 = \dot{q}_2 T_2 + \int_0^\delta \phi_h dx \quad (9b)$$

$$\text{其中, } \int_0^\delta \phi_h dx = -\int_0^\delta \dot{q} \frac{dT}{dx} dx = \dot{q} \int_{T_2}^{T_1} dT = \dot{q}(T_1 - T_2),$$

该式就是一维稳态导热中的焓平衡方程，其物理意义为输入焓等于输出焓和耗散焓之和。

再讨论瞬态导热的情况。设有两个体积、质量、比热、导热系数都相同的立方物体，它们的初始温度分别为 $T_2, T_1, T_1 > T_2$ ，如图 4 所示。当两物体相接触时，高温物体 1 的热量流向低温物体 2。由于过程的不可逆，在热量和焓传递的同时，热量是守恒的，但焓将不断地被耗散。当时间足够长时，两物体达到热平衡，均为温度 T_3 ，

$$T_3 = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad (10)$$

两物体相互接触前，它们的焓分别为：

$$\begin{aligned} E_{h1} &= \frac{1}{2} Q_{vh1} T_1 = \frac{1}{2} M c_v T_1^2 \\ E_{h2} &= \frac{1}{2} Q_{vh2} T_2 = \frac{1}{2} M c_v T_2^2 \end{aligned} \quad (11a)$$

而两物体相互接触并达到热平衡后，它们的焓均为：

$$E_{h3} = \frac{1}{2} Q_{vh3} T_3 = \frac{1}{2} M c_v T_3^2 \quad (11b)$$

从式 (10) (11a) (11b)，不难看出接触前后两个物体组成系统的焓由于被耗散而减少了，其平衡方程为：

$$E_{h1} + E_{h2} = 2E_{h3} + E_\phi \quad (12)$$

其中，

$$E_\phi = \frac{1}{4} M c_v (T_1 - T_2)^2 \quad (13)$$

就是被耗散的焓。它也可以表示为：

$$E_\phi = \iint_{0V_1}^\infty k(\nabla T)^2 dV dt + \iint_{0V_2}^\infty k(\nabla T)^2 dV dt \quad (14)$$

4 热量传递过程中的焓传递效率

引入了焓和焓的耗散等物理量，我们就可以讨论热量传递过程中的效率问题了。传热过程中热量总是守恒的，但焓是要耗散的，所以可以定义焓的传递效率。对于如图 3 所示的一维稳态导热，焓的传递效率就是输出和输入平板的焓之比：

$$\eta = \frac{\dot{E}_{h1} - \dot{E}_\phi}{\dot{E}_{h1}} = \frac{\dot{E}_{h2}}{\dot{E}_{h1}} = \frac{\dot{q}_2 T_2}{\dot{q}_1 T_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (15)$$

其物理意义很明显，当一定的热量通过平板时，其温降愈大，意味着焓耗散愈多，则焓的传递效率就愈低。对于如图 4 所示的瞬态导热前后（初平衡态和终平衡态）来说，高温物体 1 向低温物体 2 的焓的传递效率为：

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{2E_{h3}}{E_{h1} + E_{h2}} = \frac{2T_3^2}{T_1^2 + T_2^2} \\ &= \frac{(T_1 + T_2)^2}{2(T_1^2 + T_2^2)} \end{aligned} \quad (16)$$

从式 (15) 和 (16) 可以看到焓的传递效率与物体的导热系数无关，只与两物体的温度有关。耗散愈多，温差愈大，效率就愈小。当物体的导热系数较大时，则单位时间内的焓的耗散就增大，但是两物体达到平衡的时间就缩短了，所以由式 (16) 所表示的焓的耗散值与导热系数无关。

5 焓耗散极值原理和最小热阻原理

5.1 焓耗散极值原理

在基材中添加高导热材料总是能强化导热性能，提高流体的流速总是能强化对流换热的性能，由于强化传热中的“投入”、“产

出”不是同一物理量，所以没有效率的概念，也就无法讨论优化的问题。现在由于引入了焓这个物理量，就可以讨论传热过程的优化问题了。为简单起见，我们只讨论稳态导热问题的优化。程新广^[13,14]等从导热微分方程出发，采用加权余量法，建立了与之相对应的变分原理，它们包括热流边界条件给定情况下的最小焓耗散原理和温度边界条件给定情况下的最大焓耗散原理，统称为焓耗散极值原理。最小焓耗散原理是指：在导热热流给定的条件下，物体中的焓耗散最小时，则导热温差值就最小。其表达式为：

$$\dot{Q}\delta(\Delta T) = \delta \int_V \frac{1}{2} k (\nabla T)^2 dV = 0 \quad (17)$$

其中 δ 是变分符号， ΔT 是温差， \dot{Q} 是热流量。而最大焓耗散原理是指：在导热温差给定的条件下，当物体中的焓耗散最大时，导热热流值就最大。其表达式为：

$$\Delta T \delta \dot{Q} = \delta \int_V \frac{1}{2} k (\nabla T)^2 dV = 0 \quad (18)$$

5.2 最小热阻原理

热传导过程的阻抗称为介质的热阻，它等于温差除以热流，实际上热阻的概念和电阻的概念一样只是在一维导热的情况下才有其严格的物理意义。在过去，对于多维导热，特别是对于非等温边界条件的传热问题很难定义介质的热阻。现在，由于有了焓耗散的概念，对于非等温边界条件或多维导热问题，定义热阻成为了可能。我们先讨论一维导电的情况。电能耗散与电阻的关系为：

$$E_{e\phi} = \int_V \phi_e dV = I^2 R_e = \frac{(\Delta U)^2}{R_e} \quad (19a)$$

$E_{e\phi}$ 是电能耗散， ΔU 是电阻 R_e 两端的电势差。所以，

$$R_e = \frac{E_{e\phi}}{I^2} = \frac{(\Delta U)^2}{E_{e\phi}} \quad (19b)$$

对于只有两个等电势边界条件的多维电导或非等电势边界条件的多维导电物体，则可以定义其当量电阻，它们分别是：

$$R_e = \frac{(\overline{\Delta U})^2}{E_{e\phi}} \quad (20a)$$

即电阻等于电势差的平方除以电能的耗散。其中， $\overline{\Delta U}$ 是平均电势差。对于给定电流的非一维导电问题，可定义其当量电阻为：

$$R_e = \frac{E_{e\phi}}{I^2} \quad (20b)$$

即电阻等于电能的耗散除以电流的平方。与此类似，对于一维导热的情况，焓的耗散与热阻的关系为：

$$E_{h\phi} = \int_V \phi_h dV = \dot{Q}^2 R_h = \frac{(\Delta T)^2}{R_h} \quad (21a)$$

$$R_h = \frac{(\Delta T)^2}{E_{h\phi}} = \frac{E_{h\phi}}{\dot{Q}^2} \quad (21b)$$

其中， $E_{h\phi}$ 是焓耗散。对于只有两个等温边界条件的多维导热问题或非等温边界条件的导热体的当量热阻分别为：

$$R_h = \frac{(\Delta T)^2}{E_{h\phi}}, \text{ 和 } R_h = \frac{(\overline{\Delta T})^2}{E_{h\phi}} \quad (22a)$$

其中， $\overline{\Delta T}$ 是平均温差。即介质的热阻等于温差的平方除以焓的耗散。

对于给定热流边界条件的多维导热问题，物体的当量热阻为：

$$R_h = \frac{E_{h\phi}}{\dot{Q}^2} \quad (22b)$$

其中， \dot{Q} 是边界上的总热流量。即介质的热阻等于焓耗散除以热流量的平方。

建立了焓耗散和物体的当量热阻关系后，就可进一步讨论焓耗散极值原理的物理意义了。由式 (22b) 可以看到，热流给定时，当焓耗散最小时，意味着当量热阻最小，而从式 (22a) 可知，对于温度边界条件给定的情况，当焓耗散最大时，则当量热阻最小。所以，焓耗散极值原理可归结为最小热阻原理。它的表述为：“对于具有一定约束条件（如基材中加入一定数量的高导热材料）的导热问题，如果物体的当量热阻最小，则物体的导热性能最好（给定温差时，热流

最大，或给定热流时，温差最小)。”

这样，导热过程的优化可归结为在一定的约束条件下，使其热阻最小，而热阻的数值变化取决于焔的耗散值，在热流给定条件下，焔耗散最小就意味着热阻最小，在温度给定边界条件下，焔耗散最大就意味着热阻最小。

5.3 体点散热问题

现在来讨论焔耗散极值原理在体点问题中的应用。体点散热问题是指如何将特定体积空间内的发热量以导热方式高效的传到器件表面的某一指定位置(点)。在基材上嵌入高导热材料必能提高导热性能，但当高导热材料一定时，就存在着如何最优布置这些高导热材料的问题，以使导热性能最好，即使体材的温度最低。Bejan^[6,7]提出了优化布置高导热材料的树网构型理论，使“体”到“点”的传热具有最小的热阻，从而使导热性能最优。我们则从焔耗散的角度来讨论体点散热问题的优化。

设有一正方形的发热区的二维导热问题，如图 5 所示，内部有均匀热源， $\dot{Q} = 100W/m^3$ 。边界上有一散热出口，保持恒温 $T = 300K$ ，其它边界均为绝热。体材料的导热系数可以连续变化，但需保证体材导热系数的平均值为 $\bar{K} = 1W/m \cdot K$ 。寻找导热系数的最优分布，使体内的平均温度最低。

此时的优化对象是：导热系数的空间分布，优化目标是：焔耗散最小(即平均温度最低)，约束条件是：总导热能力一定： $\int_V k dV = const = \bar{k} \cdot V$ ，实际上这是一个泛函求极值问题。

首先采用拉格朗日乘子法消除约束条件，即构造泛函：

$$J = \int_V \left[\frac{1}{2} k (\nabla T)^2 + \lambda k \right] dV \quad (23)$$

其中 λ 为拉格朗日系数。把泛函 J 对导热系数求变分，则得：

$$(\nabla T)^2 = 2\lambda \quad (24)$$

由于 λ 是一常数，所以式 (24) 表明：要使体内的焔耗散最小，温度梯度必须处处均匀。也就是说各处的导热系数与热流密度的比值处处是相同的。下面采用数值计算的方法求得满足式 (20) 的导热系数的分布。计算步骤为：

(1) 以均匀的导热系数作为导热系数的初始化分布；

(2) 解导热微分方程，求得体内的温度场和热流密度场；

(3) 根据式 (24) 的要求计算新的导热系数场：

$$k_{n+1}(x, y, z) = \frac{|\dot{q}_n(x, y, z)|}{|\dot{q}_n(x, y, z)|} \cdot \overline{k_n(x, y, z)} \quad (25)$$

其中， \dot{q} 是热流密度， n 是计算序列，

$$\overline{|\dot{q}_n(x, y, z)|} = \int_V |\dot{q}_n(x, y, z)| dV / V,$$

$$\overline{k_n(x, y, z)} = \int_V k_n(x, y, z) dV / V;$$

(4) 返回步骤 (2)，重新计算温度场和热流密度场，直到：

$$(k_{n+1} - k_n) / k_{n+1} < \varepsilon \quad (26)$$

其中， ε 为设定的收敛性判别依据。

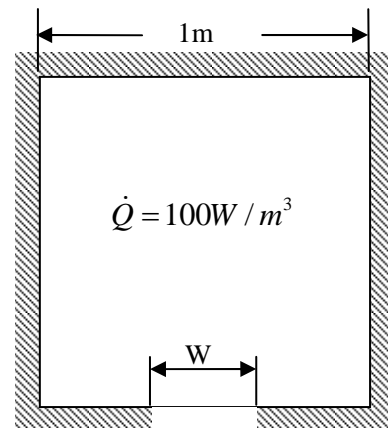


图 5：体点散热问题示意图

对图 5 所示的体点散热问题的导热系数分布的优化，计算结果见图 6。在热流出口处导热系数分布是双峰状，导热系数的峰值

处也就是热流密度最大的地方。导热系数最高值为平均值的 200 倍左右，而大部分区域的导热系数则仅为平均值的百分之几。优化前（导热系数均匀分布）的温度场示于图 7，其平均温度为 365.4K，体点散热热阻

$$R_h = \frac{E_{h\phi}}{\dot{Q}^2} = 0.654 K/W ; \text{ 优化后的温度场}$$

示于图 8，其平均温度降为 331.5，热阻

$$R_h = \frac{E_{h\phi}}{\dot{Q}^2} = 0.315 K/W , \text{ 热阻降低了一半}$$

还多一些。而且可以看到，导热系数均匀分布时，体平均温度很高，且体内各处的温度梯度很不均匀（见图 7），而导热系数优化分布后，体内各处的温度梯度相同（见图 8），从而使体平均温度大幅降低。当热流出口宽度从 $W=10\text{cm}$ 减小到 1.5cm 时，最佳导热系数分布计算结果示于图 9。可以看到此时出口处只有一个高导热系数峰，导热系数峰值与出口宽为 10cm 时增大一倍，体点散热热阻也相应增加为

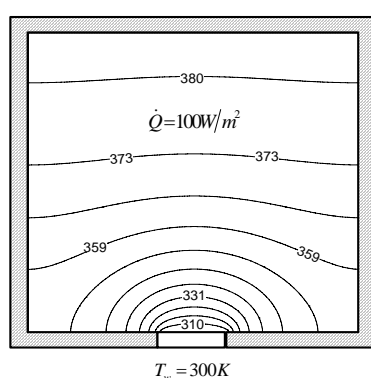


图 7：导热系数均匀分布时的温度场

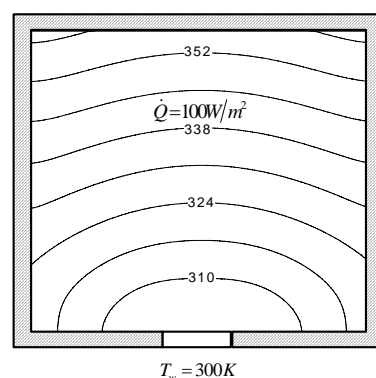


图 8：导热系数优化分布时的温度场

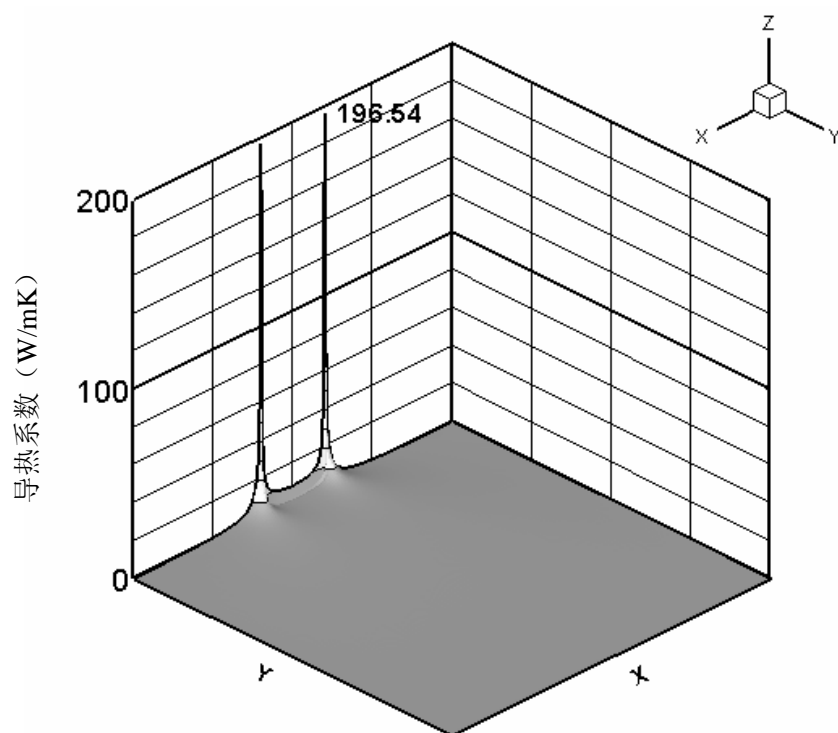


图 6：优化后的导热系数分布（ $W=10\text{cm}$ ）

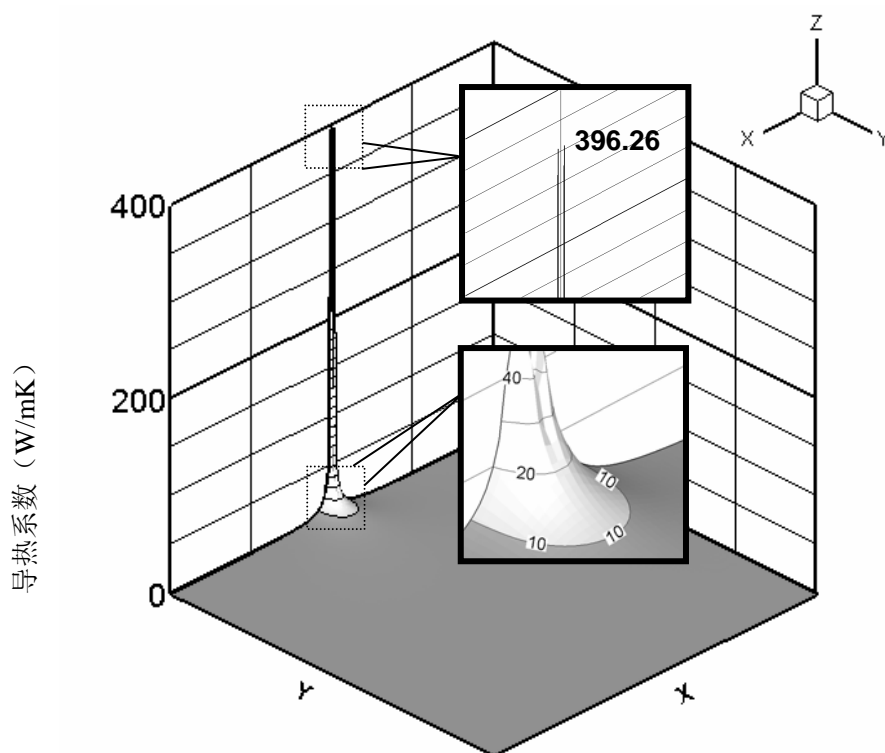


图 9：优化后的导热系数分布 ($W=1.5\text{cm}$)

6 结束语

(1) 引入了新的物理量——焓，它具有热量的“能量”含义，简称热“势能”，与电容器的电能相对应。焓的物理意义是：物体热量传递的总能力。

(2) 在热量传递的同时，也传递了焓。在热量传递过程中热量是守恒的，然而在焓传递过程中，部分焓将被耗散，因此焓是不守恒的，这是因为热量（焓）传递过程是不可逆过程。

(3) 建立了焓平衡方程，定义了焓传递效率，在此基础上提出了导热过程优化的焓耗散极值原理和最小热阻原理。

(4) 以耗散极值（最小热阻）原理应用于体点散热问题为例，在总导热能力一定的约束条件下，计算求得了导热系数的最佳分布，它使介质热阻最小，从而使散热性能最好，即能最大程度的降低体内的平均温度。

参考文献

- [1] Onsager L. Reciprocal relations in irreversible process II. Physical Review 1931,38:2265~2279
- [2] Onsager L. , Machlup S. Fluctuations and irreversible processes, Physical Review 1953, 91(6):1505-1512
- [3] Prigogine I, Introduction to thermodynamics of irreversible processes, 3rd ed. New York: Interscience Publishers. A Division of John, Wiley&Sons. 1967
- [4] Bejan A. Entropy Generation through Heat and Fluid Flow, Wiley, 1982
- [5] Bejan A. Entropy Generation Minimization, CRC Press,1996
- [6] Bejan A. Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generation volume, Int. J. Heat Mass Transfer, 1997, 40(4): 799-808

- [7] Bejan A. Shape and Structure, From Engineering to Nature, Cambridge University Press, 2000
- [8] P. J. Schneider. Conduction Heat Transfer. Addison-Wesley Pub. Co. Inc. 1955
- [9] J. P. Holman Heat Transfer. McGraw-Hill Book Company, 1976
- [10] 过增元, 等. 最小热量传递势容耗散原理及其在导热优化中的应用. 科学通报, 2003, 48(4):406
- [11] M.A. Biot, Vanational principle in Irreversible Thermodynamics with Applications to Viscoelasticity, Phys. Rev. 97: 6 (1955)
- [12] E.R.G. Eckert and R.M. Drake. Analysis of Heat and Mass Transfer, McGraw-Hill Book Company, 1972
- [13] 程新广, 等. 热传导中的变分原理. 工程热物理学报, 2004(3):457
- [14] 程新广. 焓及其在传热优化中的应用: [博士学位论文]. 北京: 清华大学力学系, 2004

符号表

C_e	电容	T	温度
C_h	热容	Q	热量
R_e	电阻	\dot{Q}	热流量
R_{th}	热阻	\dot{q}	热流密度
h	对流换热系数	k	导热系数
A	表面积	ϕ_h	焓耗散函数
E_e	电能	M	质量
E_h	焓	$E_{h\phi}$	耗散焓
Q_e	电量	η	焓传递效率
Q_{vh}	热容量	I	电流
U_e	电势	J	泛函
U_h	热量势	λ	拉格朗日乘子
c_v	定容比热容	ε	收敛性判据
ρ	密度	ε_h	单位体积中的焓
V	体积	$\dot{\varepsilon}_h$	单位面积上的焓流