

最小热量传递势容耗散原理 及其在导热优化中的应用

过增元 程新广 夏再忠

(清华大学工程力学系, 北京 100084. E-mail: demgzy@tsinghua.edu.cn)

摘要 基于热量传递现象的本质, 从传热学的角度定义了热量传递势容和热量传递势容耗散函数, 它们的物理意义相应为热量传递能力的总量和热量传递能力的耗散率. 针对以提高导热效率为目标函数的导热过程优化, 提出了最小热量传递势容耗散原理, 即在总导热能力一定的条件下, 当热量传递势容耗散为最小时的导热系数分布为最佳, 即其导热效率最高. 最后, 举例说明了最小热量传递势容耗散原理在导热过程优化中的应用.

关键词 传热学 热量传递势容 导热过程优化 热量传递势容耗散

服从 Fourier 定律的导热过程广泛地存在于自然现象和工程问题中. 从传热学角度来衡量导热过程性能的优劣, 通常是引入热阻的概念, 即热阻小意味着导热性能好. 所以, 导热过程的强化或优化通常就是尽可能采用高导热材料, 或者减少接触热阻等. 或者用更为统一的判据, 即在温差 ΔT 一定的条件下看其传热量的大小, 或者在总传热量一定的条件下, 所需温差的大小. 这些判据对于一维导热等简单问题虽有其比较直观的优点, 但缺乏普遍适用性. 这是因为对于多维或者复杂边界条件的情况, 导热问题中温差的定义具有相当的任意性, 它必然带来导热过程性能判别的不确定性, 从而也很难对导热过程进行优化.

从热力学角度看, 热量传递是一种不可逆过程, 属于非平衡热力学范畴. 基于变分法在力学中的成功应用, 早在 1931 年, Onsager 尝试用变分原理导出非平衡热力学现象的基本方程, 并提出了最小能量耗散原理^[1,2]. 1945 年, Prigogine 则在研究热力学系统在恒定状态下应具有极值时独立于最小能量耗散原理的基础上提出了最小熵产原理^[3]. Biot 于 1955 年从不可逆热力学出发给出了一个变分形式的热传导方程, 构成了与力学中 Hamilton 原理对应的热力学类比^[4,5]. 他还定义了热势和热耗散函数, 并导出了广义坐标下的 Lagrange 表达式, 但对其物理意义没有作进一步的讨论. 它的应用仅限于各向异性导热的近似求解等. 杨东华^[6]研究了稳定热传导过程定解问题泛函变分原理的物理本质, 从熵产生角度讨论导

热过程, 从而认为由 Fourier 形式热传导方程构成的泛函及其变分原理没有明确的物理意义. 曾丹苓^[7]则系统地阐述了非平衡热力学变分原理, 并介绍了非平衡态热力学应用于工程上常见的传递过程, 包括外场作用的导热过程等, 但讨论的主要是传递过程的熵产率以及定态是最稳定等问题. Bejan^[8]给出了流动和传热过程中的熵产生表达式, 并讨论了对流换热中传热和黏性引起的总熵产最小的传热元件的最佳几何参数.

1 最小能量耗散原理和最小熵产原理^[7]

很早以来某些物理学家将热力学第 2 定律与质量、动量和能量守恒定律结合起来, 求出非平衡场中局域熵产率的表达式. 直到 1931 年, Onsager 从不可逆过程的普遍性出发, 提出了 Onsager 倒易关系. 它认为一切不可逆过程都是在某种广义热力学力推动下产生广义热力学流的结果, 它们之间可近似地用线性唯象定律来描写. Meixner 和 Prigogine 建立了某些情况下熵产率的计算式, 从而形成了一个新的领域——不可逆过程热力学或非平衡热力学. 它的主要研究内容是对传递现象的唯象定律、恒定状态、稳定性及不可逆过程的动力学问题作统一研究和处理. Onsager 基于变分原理在热力学中的应用提出了最小能量耗散原理. 最初, 它是在讨论各向异性介质中的导热时提出的, 后被推广至绝热孤立非连续系统^[11,21]. 而 Prigogine^[3]则独立地提出了最小熵产原理. 此两原理的区别到 1967 年才被澄清.

定义耗散函数为

$$\phi = -\frac{1}{2}x_D \cdot J_k, \quad (1)$$

其中, x_D 为耗散力, 它比例于广义流 J_k , 即

$$x_D = -R_{ik} J_k, \quad (2)$$

式中, R_{ik} 为阻力系数矩阵. 当线性唯象定律满足时, 熵产率可表达为

$$\sigma = \sum_{i,k=1}^f L_{ik} X_i X_k \geq 0, \quad (3)$$

其中, L_{ik} 是传递系数. 并可求得 $\phi = \frac{1}{2}\sigma$, 即耗散函数为熵产率的一半. 在线性非平衡热力学中可以直接用力流表达.

以力表达:

$$\psi(X, X) = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^f L_{ik} X_i X_k \geq 0, \quad (4a)$$

以流表达:

$$\phi(J, J) = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^f R_{ik} J_i J_k \geq 0. \quad (4b)$$

在非等温系统中应用熵表象, 而在等温系统中则采用能量表象, 即用能量耗散函数 $T\sigma$, 即 $\psi^* = T\psi$, $\phi^* = T\phi$. 因此, 在等温系统中最小能量耗散原理和最小熵产原理是等价的. Prigogine 的最小熵产原理的表述是: “对满足线性唯象定律即 Onsager 倒易关系的系统而言, 其恒定状态即与外界约束相适应的最小熵产状态”.

应用熵产的局域形式可以证明恒定态和稳定态是与最小熵产状态相对应的, 而用积分形式时, 基于最小熵产原理可以导出导热、扩散和 N-S 方程.

2 最小热量传递势容原理

2.1 热量传递势容

从上面的介绍可以看到最小能量耗散原理或者最小熵产生原理都没有涉及到导热过程性能如何评价和导热过程如何优化的问题.

本文则着重讨论如何建立能够定量地判别导热过程性能和确定导热过程效率的方法和准则. 先从物理概念出发: 物体间的热量传递必须有两个前提, 一要有温差, 因此, 温度 T 就是相对于 $T = 0$ K 状态热量传递的“势”, 称热量传递势. 但光有势还不够, 物体或介质还必须有一定的热量 Q 才有热量可以传递出去. 因此, 物体(介质)所具有的热量与其所处温度的乘积就应代表该物体(介质)传递热量的总能力.

力. 定义

$$Z_{tr} = \frac{1}{2}QT = \frac{1}{2}MC_p T^2 \quad (5)$$

为热量传递势容, 容是表示容量的意思. 它的量纲是 $J \cdot K$, 代表了该物体向周围介质导热热量传递的能力的总量. 其中 M 和 C_p 是介质质量和比热. Biot 把热量与温度乘积的一半定义为热势, 并称它类似于势(能), 而对它的物理意义没有进一步讨论. 本文指出, 温度 T 是热量传递的势, 而不是热功转换的势. 由于热量传递时, 减少的不是势, 而是势容, 因此 $Z_{tr} = \frac{1}{2}QT$ 的物理意义是热量传递势容而不应是热势.

2.2 热量传递势容耗散

热量传递是一种不可逆过程, 随着热量 Q 从高温传向低温, 热量传递势容必然耗散而减少, 即热量传递能力总量降低. 对于导热过程, 热量传递力 $X = -\nabla T$, 热量传递流(即热流密度) $J = q = -k\nabla T$, 则热量传递势容的耗散为它们乘积的一半 $\psi = \frac{1}{2}X \cdot J$,

$$\psi = \frac{1}{2}k(\nabla T)^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{k}. \quad (6)$$

它的量纲为 $J \cdot K/(m^3 \cdot s)$, 物理意义是导热过程中单位体积单位时间内热量传递势容的耗散(损失). 因为耗散的是传递势容, 所以称 ψ 为热量传递势容耗散函数. 这样, 某一导热过程的热量传递势容的耗散(不可逆损失)就应等于热量传递势容耗散函数在空间和时间上的积分:

$$Z_{dis} = \int_{\Omega, t} \psi d\Omega dt. \quad (7)$$

2.3 热量传递效率

上面提到一物体具有热量传递势容 $Z_n = \frac{1}{2}QT$, 量纲为 $J \cdot K$, 物理意义为, 在无限小的温差条件下($k = \infty$), 即无势容耗散条件下可输出的热量传递势容, 如图 1 瞬态导热曲线 1 所示. 实际上, 热量传递总是存在有限温差的. 因此, 必然导致传热势容的耗散(损失). 传递相同热量时, 传递势(即温度)降低更多, 或者相同的温差下, 传出热量少. 总之, 在有限温差条件下, 由于势容的耗散, 热量传递势容降低更多, 如瞬态导热曲线 2 所示, 其中 Z_{dis} 是势容的耗散. 开始时, 传热量逐渐增加, 耗散逐渐增大, 达到正常状态后, 热流和温度梯度逐渐减少, 热量传递势容亦随

时间进程逐渐减少到零.

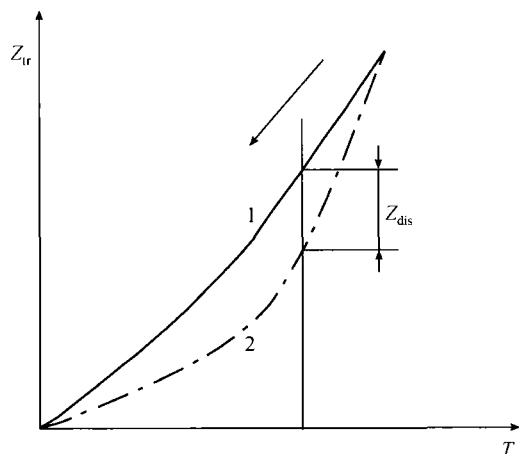


图1 热量传递时热量传递势容的变化

热量传递效率可定义为输出热量传递势容和输入热量传递势容之比(图2):

$$\eta = \frac{\sum Q_{out} T_{out}}{\sum Q_{in} T_{in}} = \frac{Z_{tr,in} - Z_{dis}}{Z_{tr,in}} = \frac{Z_{tr,out}}{Z_{tr,in}}. \quad (8)$$

传递势容的耗散愈小, 则热量传递效率愈高. 这个判据具有普适性. 对于一维导热问题, 此判据可以蜕化为: 传递相同的热量时温差愈小, 传递效率 η 愈高, 或在相同温差的条件下, 传递热量愈多, 则传递效率 η 愈高.

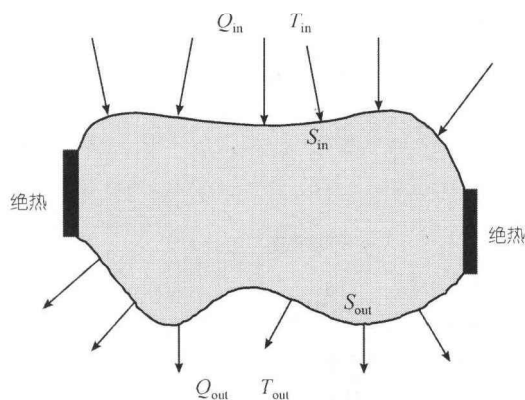


图2 导热过程示意图

2.4 最小热量传递势容耗散原理

从方程(6)表达的热量传递势容耗散可以看到, 在导热过程中, 导热系数愈大, 热量传递势容耗散就愈小, 这是显而易见的. 但是, 当导热域中具有不同导热系数的材料时, 就出现这样的问题: 它们是否存在着一个最佳分布, 从而使导热过程的效率最高, 即

在导热域中的材料导热系数 k 是不同的, 材料可以有不同的空间分布, 但“总导热能力”一定, 即导热系数在空间的积分保持不变:

$$\int_{\Omega} k d\Omega = \text{const}. \quad (9)$$

不同的导热系数分布, 它们的导热量是不同的, 相应的就具有不同的热量传递势容耗散. 最小热量传递势耗散原理可表述为: “导热过程必然导致热量传递势的耗散, 当总导热能力(导热材料)一定时, 与热量传递势容耗散最小相对应的导热系数(导热材料)分布为最优分布, 此时导热过程最优, 效率最高.”

3 最小热量势容耗散原理在导热过程优化中的应用

根据最小热量传递势耗散原理, 可以对某些导热问题进行优化, 从而提高导热效率.

3.1 导线绝缘层的散热问题(径向导热系数不同的一维导热问题)

考察一个内外径分别为 r_1 和 r_2 的圆筒电绝缘导线如图3所示, 其内外表面的温差维持恒定, 约束条件为绝缘层总重量一定, 但其径向密度可以变化, 即

$\int_{r_1}^{r_2} \rho r dr = \text{const}.$ 由于某些工程材料的导热系数通常与其密度 ρ 成正比, 因此, 约束条件可变为 $\int_{r_1}^{r_2} k r dr = \text{const}.$ 根据最小热量传递势耗散原理, 导热系数或密度为最佳径向分布时, 热量传递势容耗散应为最

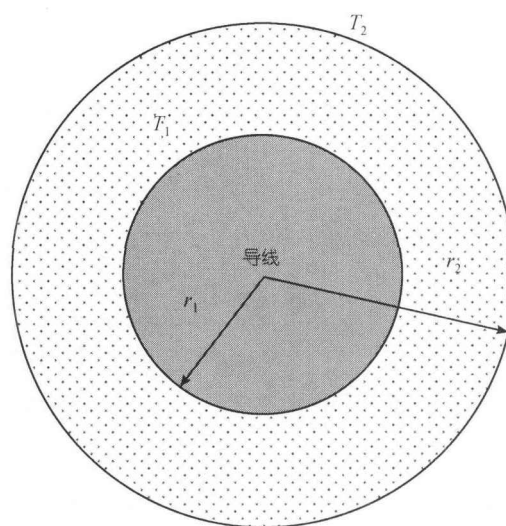


图3 导线绝缘层散热

小,即满足

$$\delta J = \delta \left(\int_{r_1}^{r_2} \frac{q^2}{k} r dr \right) = 0. \quad (10)$$

这实际上是一个泛函求极值问题,令 $y = \int_{r_1}^r k r dr$, 有 $y(r_1) = 0$, $y(r_2) = K_0$. 代入方程(10)后可转化为一个定边界的变分问题:

$$\delta J(y) = \delta \int_{r_1}^{r_2} \frac{(qr)^2}{y'} dr = 0. \quad (11)$$

此问题的解为

$$k = Cq, \text{ 即 } \frac{dT}{dr} = C, \quad (12)$$

其中, C 为常数. 这表明最佳的导热系数(密度)分布应与当地热流密度成正比, 换句话说是与半径 r 成反比, 此时的传热量最大. 还可以注意到此时的径向温度梯度为常数, 即全场的温度梯度处处相等.

3.2 体点散热问题

体点散热问题指的是如何将特定体积空间(“体”)内的发热量以传导方式高效地传到器件表面的某一指定位置(“点”)[9]. 嵌入高导热材料可以强化导热过程, 但是当高导热材料数量一定时, 就存在着高导热材料的最优布置问题. 它可以抽象为: 对任意形状的导热区域, 在传热任务一定(内部发热量一定或边界上传热量一定), 以及高导热材料重量为定值的条件下, 寻求高导热材料在全场的最优分布.

根据最小热量传递势容耗散原理, 导热系数为最佳分布时, 热量传递势容耗散最小, 其结果与圆筒内一维导热的最佳导热系数分布一样, 即导热系数分布应与当地热流密度成正比.

对于图4(a)的二维体点导热问题, 其中热量从高温 T_h 进入, 从 T_c 导出, 基体导热系数设为 1, 高导热材料的导热系数为 10. 因为导热区域中只有高导热材料与低导热材料两个导热系数值, 即导热系数不在区域内连续变化, 而只有两个离散值. 这时高导热材料最优布置(图4(b))可以通过仿生优化方法求得[10]. 它把高导热材料看作一种“生命体”时, 所考虑的物理空间及其特征是“生命体”生存的“自然环境”, 包括几何形状和热边界条件, 内热源大小及其分布, 基体的导热性能等. 高导热材料根据“进化”原则在导热区域中生长, 其中进化的原则是选择在整个传热空间中温度梯度最大的部位进行. 前面已看到, 温度梯度场愈均匀, 热量传递势容耗散愈小, 热量传递

效率愈高, 高导热材料放置在全场温度梯度最大处, 也就是遵循了要使温度梯度场尽量均匀的原则. 数值计算表明高导热材料的最优分布, 与热量传递势容耗散最小相对应.

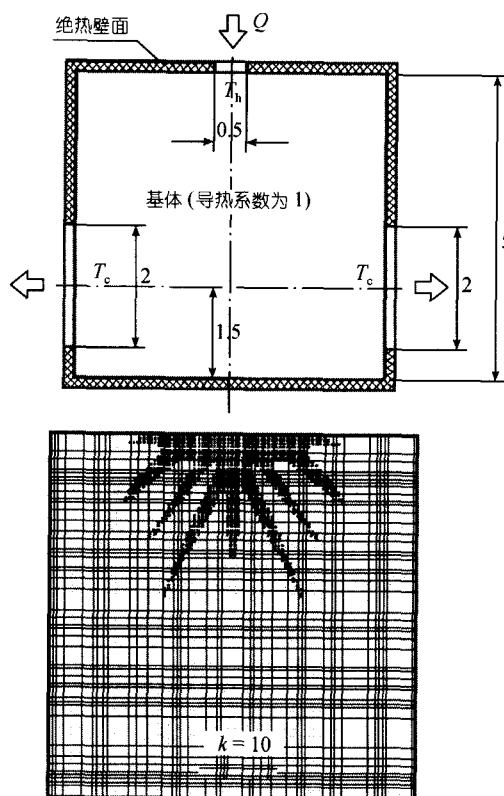


图4 二维体点导热问题(a)和高导热材料的几何形状(b)

4 最小热量传递势容耗散原理与最小熵产生原理的区别

熵是代表热功转换过程总的作功能力, 熵产生是代表过程的不可逆导致作功能力的降低, 最小熵产生原理则是指非平衡定态和稳态的熵产生最小, 都是从热力学角度来讨论问题, 而导热是热量传递过程, 关心的是传递过程的效率. 热量传递势容是代表热量传递的能力总量, 热量传递势容耗散代表热量传递导致的热量传递势容的损失, 最小热量传递势耗散原理是指导热过程最优时(对应高导热材料分布最优)的热量传递势耗散最小. 以上节体点问题为例, 数值计算表明如以熵产生最小为目标时所求得的高导热材料的分布, 它所对应的传热量小于以热量传递势容耗散最小时所求得的高导热材料分布所对应的传热量.

5 结论

(i) 基于热量传递现象的本质, 从传热学的角度定义了热量传递势容和热量传递势容耗散函数. 它们的物理意义相应为热量传递的总能力和热量传递能力的耗散率. 过去文献中关于导热问题中的熵和熵产分析均是从热力学的角度观察的.

(ii) 提出了最小热量传递势容耗散原理, 它的表述为: “导热过程必然导致热量传递势的耗散, 对于具有约束条件(添加高导热材料重量一定)的导热过程, 与热量传递势容耗散最小对应的导热材料分布, 使导热性能最好”, 它可用于以提高导热效率为目标函数的导热过程优化. 而最小熵产原理是以提高作功能力为目标函数来优化导热等不可逆过程的.

(iii) 由最小热量传递势容耗散原理可得, 当导热系数(或添加高导热材料)最佳分布时, 全场的温度梯度应处处相等, 此时导热过程为最优.

致谢 本工作为国家重点基础研究发展规划项目资助(批准号: G20000263)

参 考 文 献

- 1 Onsager L. Reciprocal relations in irreversible process II. *Physical Review*, 1931, 38: 2265 ~ 2279
- 2 Onsager L, Machlup S. Fluctuations and irreversible processes. *Physical Review*, 1953, 91(6): 1505 ~ 1512
- 3 Prigogine I. *Introduction to Thermodynamics of Irreversible Processes*. 3rd ed. New York: Interscience Publishers, A Division of John Wiley & Sons, 1967
- 4 Biot M A. Variational principles in irreversible thermodynamics with application to viscoelasticity. *Physical Review*, 1955, 97(6): 1463 ~ 1469
- 5 Biot M A. Thermoelasticity and irreversible thermodynamics. *Journal of Applied Physics*, 1956, 27(3): 240 ~ 253
- 6 杨东华. 不可逆过程热力学原理及工程应用. 北京: 科学出版社, 1989
- 7 曾丹苓. 工程非平衡热动力学. 北京: 科学出版社, 1991
- 8 Bejan A. *Entropy Generation Through Heat and Fluid Flow*. New York: Wiley-Interscience, 1982
- 9 Bejan A. *Shape and Structure, from Engineering to Nature*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000
- 10 Xia Z Z, Li Z X, Guo Z Y. Heat conduction optimization: high-conductivity constructs based on the principle biological evolution. *Heat Transfer 2002, Proceeding of the 12th International Heat Transfer Conference*, 2002, 2: 27 ~ 32

(2002-04-26 收稿, 2002-09-20 收修改稿)

《科学通报》投稿指南

在《科学通报》发表的原创性研究论文应同时具备以下 5 个条件:

- (i) 是自然科学基础理论或应用研究的最新成果.
- (ii) 有重要科学意义, 属国际研究热点课题.
- (iii) 有创新(新思路、新方法、新认识、新发现等).
- (iv) 对本领域或/和相关领域的研究有较大的促进作用.

(v) 就内容和写作风格而言, 对大同行或非同行科学家都有可读性和启发性.

文章应论点明确、数据可靠、逻辑严密、结构简明; 尽量避免使用多层标题; 文字、图表要简练, 在较少的篇幅内提供较大的信息量; 论述应深入浅出、表达清楚流畅; 专业术语的运用应准确, 前后保持一致.

题目是文章的点睛之处, 要紧扣主题、新颖, 有足够的信息, 能引起读者的兴趣; 应避免使用大而空的题目, 最好不用“…的研究”、“…的意义”、“…的发现”、“…的特征”、“…的讨论”等词; 回避生僻字、符号、公式和缩略语. 一般不超过 24 个汉字, 英文以两行为宜. 不使用副标题.

摘要应反映文章的主要内容, 直截了当地阐明研究的

目的、方法、结果和结论, 尽量避免使用过于专业化的词汇、特殊符号和公式. 摘要的写作要精心构思, 随意从文章中摘出几句或只是重复一遍结论的做法是不可取的.

关键词用于对研究内容的检索. 因此, 关键词应紧扣文章主题, 尽可能使用全国科学技术名词审定委员会颁布的主题词, 不应随意造词.

引言是文章的重要组成部分, 引言写得好坏关系到文章对读者的吸引力. 在引言中应简要回顾本文所涉及到的科学问题的研究历史, 尤其是近 2 ~ 3 年内的研究成果, 需引用参考文献; 并在此基础上提出本文要解决的问题; 最后扼要交代本研究所采用的方法和技术手段等. 引言部分不加小标题.

讨论和结论部分应该由观测和实验结果引申得出, 切忌简单地再罗列一遍实验结果. 讨论得出的结论与观点应明确, 实事求是.

致谢部分应先向对本文有帮助的有关人士表示谢意; 然后列出本工作的资助基金来源, 并注明项目批准号.

(下转第 59 页)