

# 层流场协同方程的验证及其性质

苏 欣 程新广 孟继安 过增元

(清华大学航天航空学院, 传热强化与过程节能教育部重点实验室, 北京 100084)

**摘 要** 在粘性耗散一定的条件下, 以热量传递势容耗散取得极值为优化目标, 利用变分方法可以导出稳态层流对流换热的场协同方程。场协同方程的意义在于能够求解一定边界条件所对应的最佳速度场, 从而实现最优的传热效果。本文采用二维方腔内空气的层流对流换热模型, 通过将最佳速度场与其它流场的换热结果进行比较, 初步验证了场协同方程的正确性, 并对场协同方程的优化过程和原理进行了深入的分析。

**关键词** 对流换热; 场协同方程; 最佳速度场

中图分类号: TK124 文献标识码: A 文章编号: 0253-231X(2005)02-0289-03

## VERIFICATION AND CHARACTERISTICS OF LAMINAR FIELD COORDINATION EQUATION

SU Xin CHENG Xin-Guang MENG Ji-An GUO Zeng-Yuan

(School of Aerospace, Tsinghua University, The Key Laboratory of Enhanced Heat Transfer and Energy  
Conservation of Ministry of Education, Beijing 100084, China)

**Abstract** When viscous dissipation is constant, Field Coordination Equation of steady laminar convection heat transfer can be derived by variation method for the optimization goal of heat transport potential capacity reaching an extreme. By solving this equation the optimal velocity field has been obtained, which leads to the best heat transfer efficiency in convection. In this paper a two-dimension square model of convection heat transfer is adopted and Field Coordination Equation is verified by comparing the heat transfer efficiency of optimal velocity field and other flow fields. Further analyses are made on the optimization process and optimization principle of Field Coordination Equation.

**Key words** convection heat transfer; Field Coordination Equation; optimal velocity field

## 1 引 言

对流换热过程的整体性能取决于速度场和温度场的分布特性, 改变速度场是强化对流换热的一个最直接的途径。过增元<sup>[1,2]</sup>指出速度矢量与热流之间的夹角是影响对流换热整体性能的一个重要因素, 并阐述了对流换热场协同的基本概念: 对流换热强化要求速度场和温度场之间相互协同, 即彼此存在着最为合理的空间分布。由场协同思想的启发, 在工程中实际选择和设计具体强化换热措施时, 可以分两步进行。首先考虑在一定边界条件下什么样的速度场能使得对流换热的整体性能达到最优; 在知道最佳速度场之后, 再从各种各样的实现流体流动的具体方法中找到某种实施途径, 产生近似于最佳速度场的流场。场协同方程正是一个可以获得最佳

速度场的工具。

本文利用二维方腔内空气的层流对流换热模型, 通过数值计算对场协同方程的正确性进行了初步的验证, 并深入分析了场协同方程的优化过程和原理。

## 2 场协同方程

孟继安<sup>[3]</sup>以热量传递势容耗散作为传热性能优劣的评判标准, 同时用粘性耗散来评价流动过程中机械能的损失, 在一定机械能损失条件下, 通过变分方法推导得到了可以求解稳态层流最佳速度场的场协同方程:

$$\mu \nabla^2 U - \nabla P - \rho U \cdot \nabla U + (C_\phi A \nabla T + \rho U \cdot \nabla U) = 0 \quad (1)$$

其中  $C_\phi$  是一个与输入粘性耗散功有关的常数,  $A$

收稿日期: 2004-11-30; 修订日期: 2005-01-06

基金项目: 国家重大基础研究发展规划资助项目 (No. G20000263)

作者简介: 苏 欣 (1980-), 男, 吉林伊通人, 硕士生, 主要从事强化换热的研究。

是变分推导过程中得到的一个新的输运变量，其输运方程为：

$$\lambda \nabla^2 A + \rho c_p U \cdot \nabla A = \lambda \nabla^2 T \tag{2}$$

$A$  的量纲与温度的量纲相同，其控制方程的形式与能量方程相类似，可以看作在与  $U$  相反的速度场（即  $-U$ ）下的能量方程，故定义  $A$  为满足一定边界条件的逆温度。逆温度的边界条件也与温度  $T$  类似，等温壁面： $A = 0$ ；绝热壁面： $\nabla A = 0$ 。

对流换热过程还必须同时满足以下基本方程：  
质量守恒：
$$\nabla \cdot (\rho U) = 0 \tag{3}$$

能量守恒：
$$\lambda \nabla^2 T - \rho c_p U \cdot \nabla T = 0 \tag{4}$$

场协同方程、逆温度方程与质量守恒方程、能量守恒方程一起构成了一个封闭的方程组，在给定的边界条件下求解该方程组就可以得到该边界条件所对应的最佳速度场。

3 场协同方程的验证

3.1 数值计算的物理模型和计算方法

以二维方腔内空气的层流对流换热为计算对象，方腔大小  $20\text{ mm} \times 20\text{ mm}$ ，边界条件如图 1 所示。方腔内空气的密度采用不可压缩理想气体假设，其余物性参数取定值。数值计算时除求解连续方程、动量方程（场协同方程）和能量方程外，还要求解逆温度方程。数值计算采用 Fluent6.0，逆温度方程的求解使用 Fluent 6.0 提供的 UDF 功能。压力与速度的解耦采用 SIMPLEC 算法，动量、能量、逆温度方程的离散均采用 QUICK 格式。

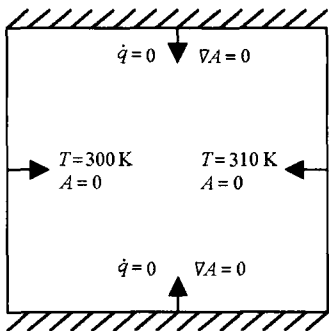


图 1 数值计算模型

3.2 不同力场驱动对流换热的比较

根据场协同原理，场协同方程的协同力中的  $C_\phi A \nabla T$  一项的作用是驱使流体在温度梯度的方向上产生流动，但是另一项  $\rho U \cdot \nabla U$  的意义还不是很

明确。这里我们构造一个新的“拟场协同方程”，它的协同力只包含一项  $C_\phi A \nabla T$ ，其具体形式为：

$$\mu \nabla^2 U - \nabla P - \rho U \cdot \nabla U + C_\phi A \nabla T = 0 \tag{5}$$

分别求解场协同方程和拟场协同方程，可以得到两种不同的优化流场，它们对应的换热效果与自然对流的比较如图 2 所示。可见在粘性耗散比较低的时候，场协同方程对应的换热效果优于拟场协同方程和自然对流，但是三者的换热效果相差不大；当粘性耗散逐渐增大，场协同方程和拟场协同方程的换热效果明显优于自然对流，且场协同方程优于拟场协同方程。

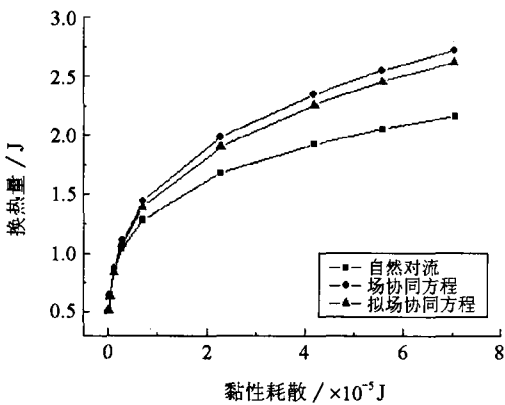


图 2 场协同方程、拟场协同方程对应的换热效果与自然对流的比较

图 3 是粘性耗散为  $2.63 \times 10^{-6}\text{ J}$  时，场协同方程、拟场协同方程和自然对流对应的速度场分布。可以看出，三者的流场都是一个方形的涡，但是场协同方程得到的涡十分端正、规则，而拟场协同方程和自然对流的流场都是稍有倾斜的涡。通过分析  $U \cdot \nabla T$  的空间分布可以发现，场协同方程对应的这个标量场的数值在相同区域内普遍较其它二者要大，这说

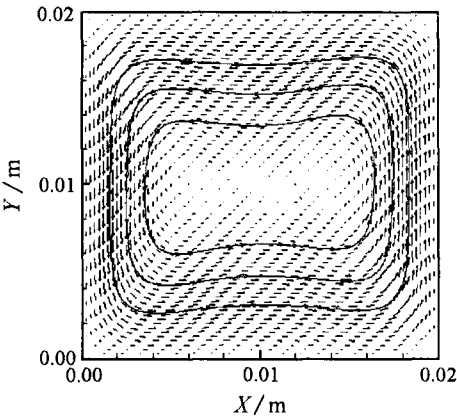


图 3(a) 场协同方程的流场分布

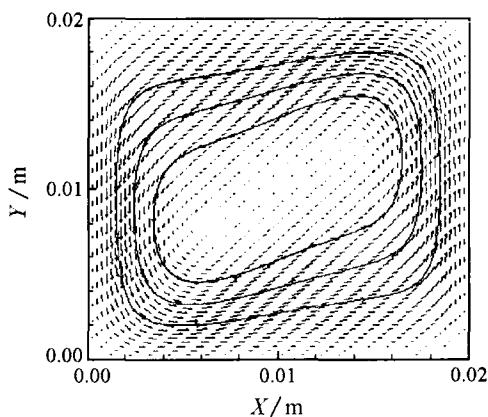


图 3(b) 拟场协同方程的流场分布

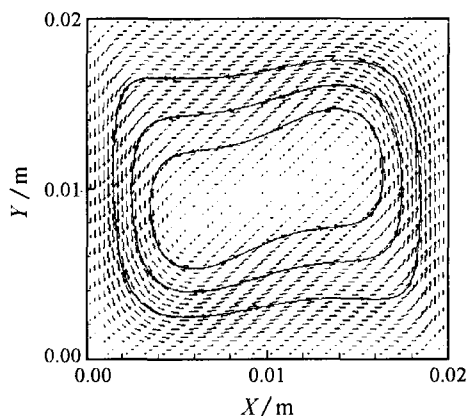


图 3(c) 自然对流的流场分布

明场协同方程对应的速度场和温度场的协同性最好, 因而换热效果也就更好。对比场协同方程和拟场协同方程, 可知它们的流场之所以会有差别就是因为  $\rho U \cdot \nabla T$  的存在。协同力中包含  $\rho U \cdot \nabla T$  说明能够驱动流动产生最优换热效果的力的方向并不完全与温度梯度方向一致, 而且还与当地的速度场分布有关, 而这一项的作用就是在  $C_\phi A \nabla T$  的基础上对协同力的方向进行调整, 从而能够实现对称的最佳速度场分布。

### 3.3 协同力场的微小变化对换热效果的影响

为了进一步证明协同力场和最佳速度场的正确性, 本文通过两种方法改变由场协同方程所得协同力场的分布, 以考查协同力场改变后的换热效果变化情况: 一种是计算域内各点的协同力改变相同角度, 另一种是计算域内各点的协同力改变不同的角度。在粘性耗散为  $2.08 \times 10^{-6} \text{ J}$ 、流场分布为一个涡的条件下, 计算结果表明: 变化后的力场与原来的协同力场差别越大, 它所驱动出来的流场的换热效果就越差。

以上所列举的流场只是同一粘性耗散下无限种流场形式中的几种, 但是可以说这种比较在一定程度上验证了场协同方程的正确性。

## 4 场协同方程优化过程的性质

场协同最佳速度场的形成是一个从混沌、无序到规则、有序、稳定的过程。具体过程如下: 首先给出一个初始流场和温度场, 根据初始流场和温度场计算得到一个协同力场, 此协同力场驱动流体产生流动, 并得到一个新的流场和温度场; 再用新的流场和温度场计算协同力场, 并驱动得到更新的流场和温度场……, 这样在不断进行调整的协同力的驱动下, 所有离散流体单元从初始流态逐渐形成了一个虽然复杂、但却规则有序的多涡流动形态, 并最终实现动态的平衡。从本质上来看, 场协同最佳速度场的形成是由协同力  $F$  控制流动, 并根据流场和温度场的变化不断进行自我调整, 再对流场实行新的控制的一个连续进行的正反馈过程, 是一个典型的协同优化过程。

由于场协同方程的协同力中包含着温度和逆温度, 所以速度场和温度场强烈的耦合在一起, 任何一方的变化都会对另一方产生影响。最优速度场的形成过程充分体现了速度矢量与热流矢量之间的这种协同关系, 而场协同方程正是恰当的描述和利用了速度场与温度场之间这种微妙的协同关系, 并通过协同力一项告诉我们在已知现有的温度场和速度场的情况下, 如何通过控制流动来优化温度场和速度场的协同关系, 从而实现换热效果的强化。因此, 场协同方程能够帮助我们对工程中具有强化换热要求的流场进行优化设计, 对发展新型强化换热技术具有指导作用。

## 5 结 论

(1) 通过将由场协同方程求得的优化流场的换热结果与其它力场驱动的对流换热进行比较, 初步验证了场协同方程的正确性;

(2) 最佳速度场的形成是一个典型的协同优化过程, 其优化原理是场协同方程恰当地描述和利用了速度场与温度场之间的协同关系, 场协同方程对发展新型强化换热技术具有指导作用。

## 参 考 文 献

- [1] GUO Zengyuan. Mechanism and Control of Convective Heat Transfer — Coordination of Velocity and Heat Flow Fields. Chinese Science Bulletin, 2001, 46(7): 596-599
- [2] GUO ZY, LI DY, WANG BX. A Novel Concept for Convective Heat Transfer Enhancement. International Journal of Heat And Mass Transfer, 1998, 41(14): 2221-2225
- [3] 孟继安. 基于场协同理论的纵向涡强化换热技术及应用: [博士论文]. 北京: 清华大学, 2003