

# 计算传热学的近代进展

## 第四章 捕捉界面的VOSET方法



**主讲 陶文铨**

西安交通大学能源与动力工程学院  
热流科学与工程教育部重点实验室  
2018年5月14日, 西安

## 第四章目录

4.1 引言

4.2 VOF方法简介

4.3 Level Set方法简介

4.4 VOSET方法的基本思想

4.5 VOSET方法中距离函数的计算

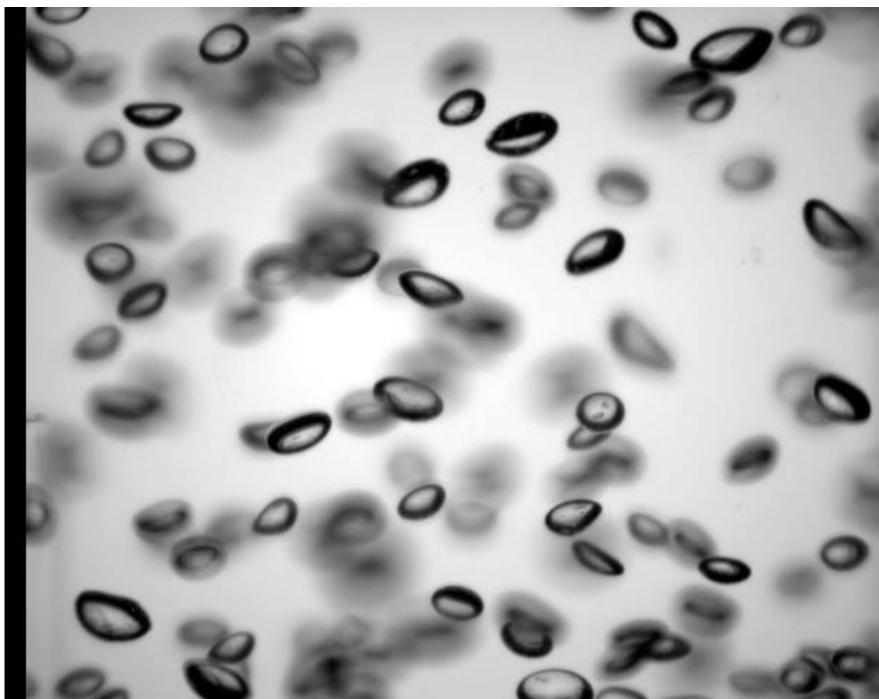
4.6 采用VOSET方法求解气液两相流问题

4.7 数值计算实例

4.8 VOSET向三维的推广

## 4.1 引言

两相流是一类非常普遍的自然现象。例如：液滴/气泡流动，凝结，沸腾，晶体生长。两相流中的运动界面的存在对直接数值模拟提出了新的要求。



## 气液两相流数值模拟方法的分类

气液两相流的模拟由于存在两相而使数值方法的复杂性大大增加，至今连如何分类也还没有统一的意见；在连续介质的范围内就气液两相流的数值模拟而言，可以大别为以下两大类：

- 1. 精细捕捉相界面的方法：**随着流体的运动相界面的位置移动能够精细地予以描述，如VOF；
- 2. 非精细捕捉相界面的方法：**求解流场及容积含气率等相分布的变化，如均相模型，双流体模型等；即使分辨不同的相，也只是假定分散相是均匀的颗粒，并不精细刻画其界面的变化，如颗粒轨道模型，等。

## 目前常用的几种的相界面捕捉方法:

**(1) Volume of fluid (VOF), 流体体积方法**

**(2) Level Set (LS), 水平集方法**

**(3) Front tracking, 前沿跟踪方法**

Unverdi S.O., Tryggvason G. , A front tracking method for viscous incompressible multi-fluid flow. *J. Comput. Physics*, 1992, 100:25-34

**(4) Phase-field, 相场法**

Jacqmin D., A Calculation of two-phase Navier-Stokes flows using phase-field modeling. *J. Comput. Physics*, 1999, 155:96-127

**(5) VOSET, 流体体积和水平集耦合方法**

## 4.2 VOF方法简介

### 4.2.1 流体体积函数

### 4.2.2 流体体积函数的推进方程

### 4.2.3 几何重构与推进方法

### 4.2.4 PLIC方法

## 4.2 VOF方法简介

1981年由 Hirt 和 Nichols 提出。

### 4.2.1 流体体积函数

#### 1. 定义

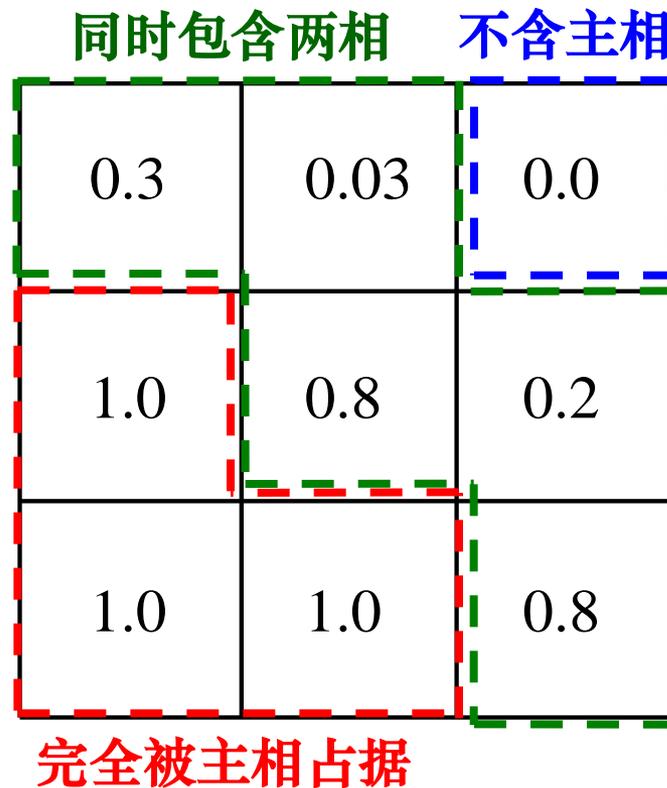
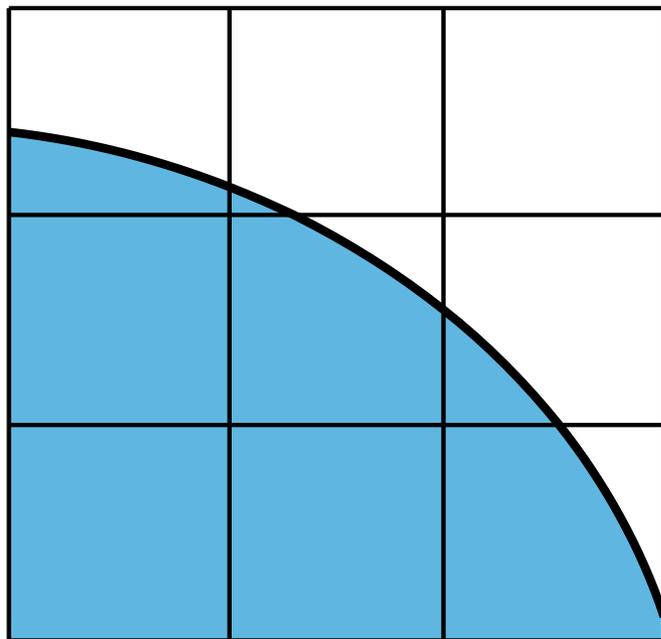
VOF方法用**流体体积函数 (color function)  $C$**  来标识两相的分布。一个计算网格的流体体积函数指**主相(reference phase)**流体在整个网格中所占的体积比例。

根据流体体积函数的定义：

$C = 0$  表示网格不含主相；  $C = 1$  表示网格完全被主相占据；

$0 < C < 1$  表示网格同时包含两相。

Hirt C.W., Nichols B.D., Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundary, J. Comput. Physics, 1981,39:201-225



## 2. C 函数的特点:

- (1) 有界性; ( $0 \leq C \leq 1$ ) ;
- (2) 在相界面上阶跃性变化。

### 3. 用流体体积函数计算界面方向和曲率

由于流体体积函数的阶跃性，使得计算界面曲率和方向都不准确；因此一般不直接用其计算界面的法方向和曲率，而是采用**光顺化的流体体积函数**  $\tilde{C}$

界面方向

$$\vec{n} = \nabla \tilde{C}$$

界面曲率

$$\kappa = \nabla \cdot \frac{\nabla \tilde{C}}{|\nabla \tilde{C}|}$$

曲线的曲率是单位法线的散度：



对平面，法线方向不变，

$$\frac{\partial n_x}{\partial x} + \frac{\partial n_y}{\partial y} = 0 \quad \text{曲率为零} \quad \kappa = 0$$

光顺化的流体体积函数可以通过对流体体积函数进行**局部平均和光滑**求得。例如：

$$\tilde{C}_{i,j} = \sum_{m,n} C_{m,n} K \left( \left| \vec{r}_{i,j} - \vec{r}_{m,n} \right|, \varepsilon \right)$$

这里的  $K$  为光顺化函数，例如可以使用B样条函数：

$$K(r, \varepsilon) = \begin{cases} (40/7\pi) \left( 1 - 6(r/\varepsilon)^2 + 6(r/\varepsilon)^3 \right) & (r/\varepsilon < 1/2) \\ (80/7\pi) (1 - r/\varepsilon) & (1/2 \leq r/\varepsilon < 1) \\ 0 & (r/\varepsilon > 1) \end{cases}$$

$\varepsilon$  控制光顺化的厚度，一般选择三个网格宽度： $\varepsilon = 3\Delta$

$C_{m,n}$  位在光顺化厚度范围内的控制容积的体积函数；

$$r = \left| \vec{r}_{i,j} - \vec{r}_{m,n} \right|$$

## 4.2.2 流体体积函数的演化（推进）方程

### 1. 方程的导出

界面扑捉是非稳态过程，求解的基本思想是首先确定流场，其时通过物性参数来反映两相流，但不细化的界面；确定流场后在一个给定的流场下，再推进主相的分布。

假设：

- (1) 两相互不相溶； 无扩散项
- (2) 没有相变、化学反应等过程消耗/生成主相； 无源项

流体体积函数的控制方程只剩下瞬态项和对流项：

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla C = 0$$

一个网格的流体体积函数只因主相的流入/流出而变化。

将VOF方程的对流项变成守恒型：

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla C + \cancel{C \cdot \nabla u} = 0$$

即：

散度形式

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}C) = 0$$

对控制容积 $\Delta V$ ，时间步长 $\Delta t$ 积分：

$$(C^{t+\Delta t} - C^t) \Delta V + \int_t^{t+\Delta t} \oint_{\Delta A} (\vec{u}C) \cdot d\vec{A} dt = 0$$

主相体积变化

净流出体积

可以看出，VOF方法定义的主相通过网格界面在不同的网格中转移，这决定了VOF方法能保持**总体的质量守恒**。

## 2. 方程的求解

VOF方程显然可以采用**有界高阶组合格式按照纯对流问题来求解**。

但是，任何格式都无法避免假扩散，这使得流体体积函数在推进的过程中阶跃性被逐渐抹平，**相界面逐渐变厚**。

为了解决这个问题，需要对格式进行修正以控制界面的厚度。例如，有人用修正的MUSCL格式求解VOF方程。

S. Y. Lin, Y.H. Chin, C.M. Wu, J.F. Lin, Y.C. Chen, A pressure correction-volume of fluid method for simulation of two-phase flows, Int. J. Numer. Meth. Fluids, 68, 181-195, 2012.

另一种更普遍的方法是采用**几何重构与推进方法求解**VOF方程，这样可以使流体体积函数的阶跃性能够自动保持。

## 4.2.3 几何重构与推进方法

就是研究对于给定时刻的  $C$  分布如何随着流动而变化到下一时刻的分布。

用几何方法求解 VOF 方程包含两个步骤。

### 1. 求解步骤

#### (1) 界面重构 (Reconstruction);

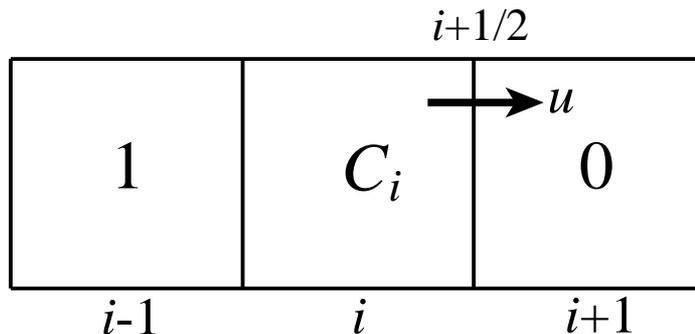
满足  $0 < C < 1$  的网格同时包含两相，自然也就包含相界面。VOF 相界面的重构，就是在一定的假定下，估计这一类网格内部相界面的位置。

#### (2) 界面推进 (Advection); 注意这是纯对流!

根据重构得到的相界面位置，计算  $\Delta t$  内主相流体在网格之间的交换，得到下一个时层的流体体积函数。

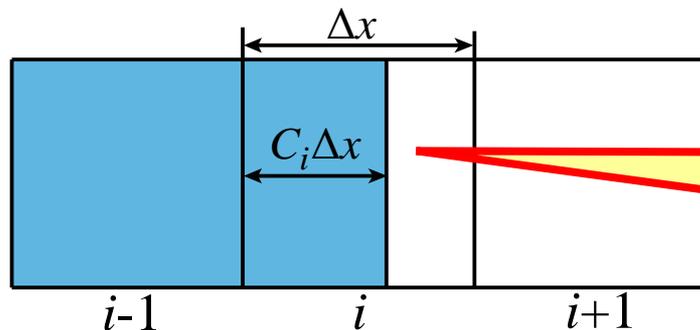
## 2. 举例

以一个一维度问题说明这两个步骤。



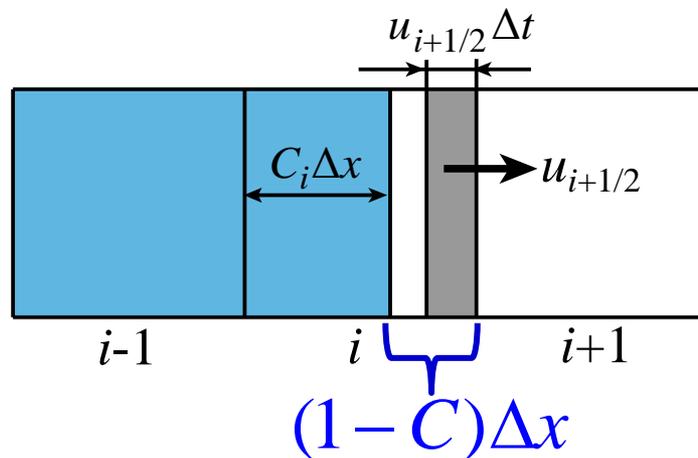
### (1) 界面重构

只有网格  $i$  需要重构界面；在网格  $i$  上，主相流体位于左侧，界面与左边界的距离由流体体积函数计算。



需要重构  
的相界面

## (2) 界面推进



从网格  $i-1$  流入网格  $i$  的主相流体体积:

$$F_{i-1/2} = u_{i-1/2} \Delta t$$

从网格  $i$  流入网格  $i+1$  的主相流体体积:

$$F_{i+1/2} = \begin{cases} 0 & u_{i+1/2} \Delta t < (1-C) \Delta x \\ u_{i+1/2} \Delta t - (1-C) \Delta x & u_{i+1/2} \Delta t > (1-C) \Delta x \end{cases}$$

计算下一时层网格  $i$  的流体体积函数:

$$C_i^{t+\Delta t} = C_i^t + (F_{i-1/2} - F_{i+1/2}) / \Delta x$$

### 3. 对时间步长的要求

注意:  $(F_{i-1/2} - F_{i+1/2}) / \Delta x = (u_{i-1/2}\Delta t - u_{i+1/2}\Delta t) / \Delta x$

与 $C$ 具有相同的量纲, 因此其最大值必小于等于1, 当一个界面流速为0时也许满足, 也就是:

$$\frac{u_{\max} \Delta t}{\Delta x} \leq 1$$

即要求一个时间步长推进的距离不能超过一个网格的长度, 也就需要限制时间步长。

这就是限制时间步长的 **CFL(Courant, Friedrichs, and Lewy)**条件; 设定时间步长的方法为:

$$\Delta t = C_{FL} \frac{\Delta x}{u_{\max}}$$

这里的  $C_{FL}$  就是 **CFL 数**, 有时也称为 **Courant 数**。

实际计算中通常选择  $C_{FL} = 0.1$  或者更小。

## 4. 二维相界面的重构

(1) 确定界面法线方向；

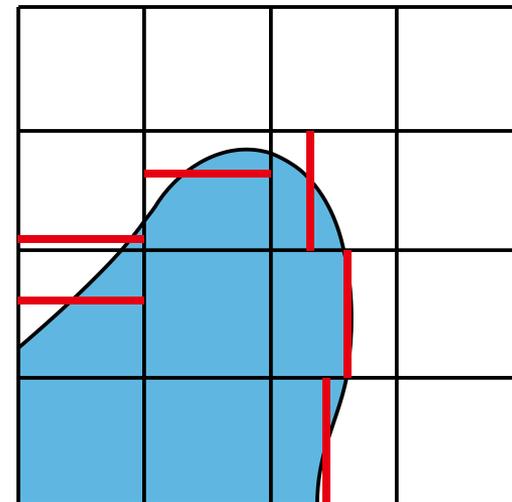
$$\vec{n} = (n_x, n_y) = \nabla \tilde{C}$$

(2) 确定界面位置；

### 1) Hirt 和 Nichols 的重构方案

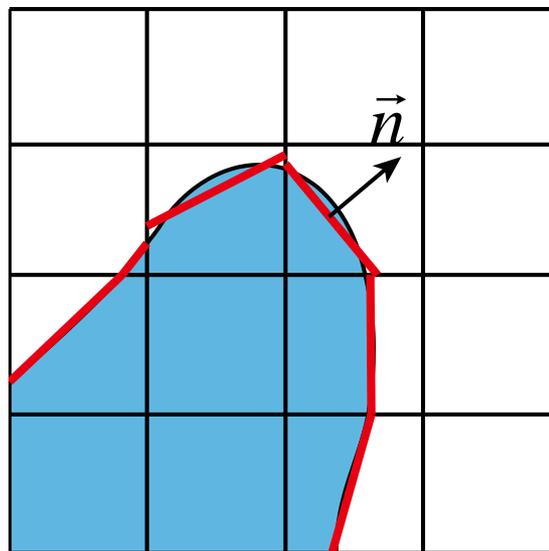
将一个网格内的相界面重构为一个**线段**。线段的方向为**二选一**：要么水平，要么竖直。线段方向的选择取决于界面法方向的哪一个分量更大。

显然，这是一种很粗糙的界面重构方法。



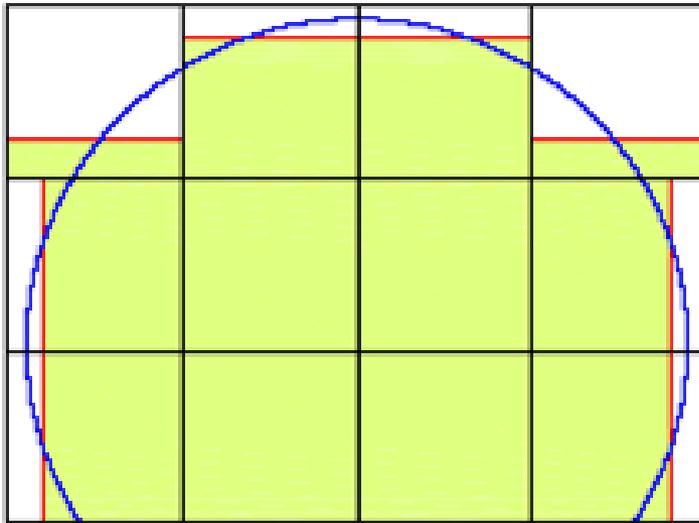
## 2) Piecewise Linear Interface Calculation (PLIC) 重构方案

将一个网格内的相界面重构为一个**线段**。线段可以是**任意坡度**，线段与界面法线方向垂直。

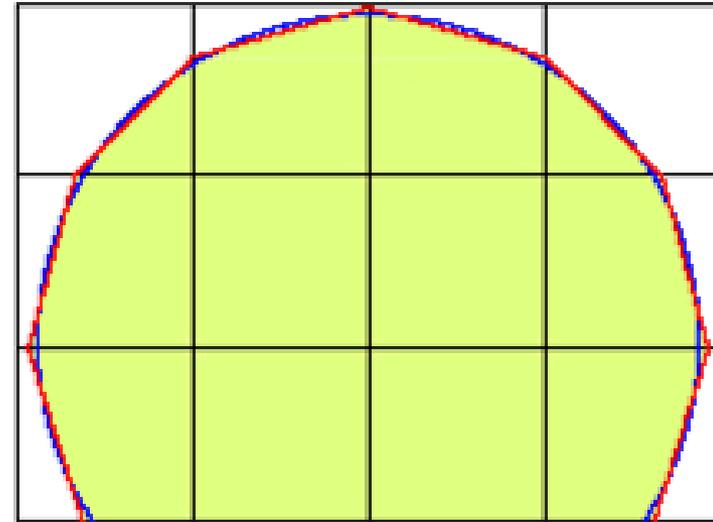


PLIC重构界面的关键在于准确的计算**界面方向**。

目前，PLIC仍是使用最广泛的VOF界面重构方法。



(a) Hirt/Nichols



(b) PLIC method

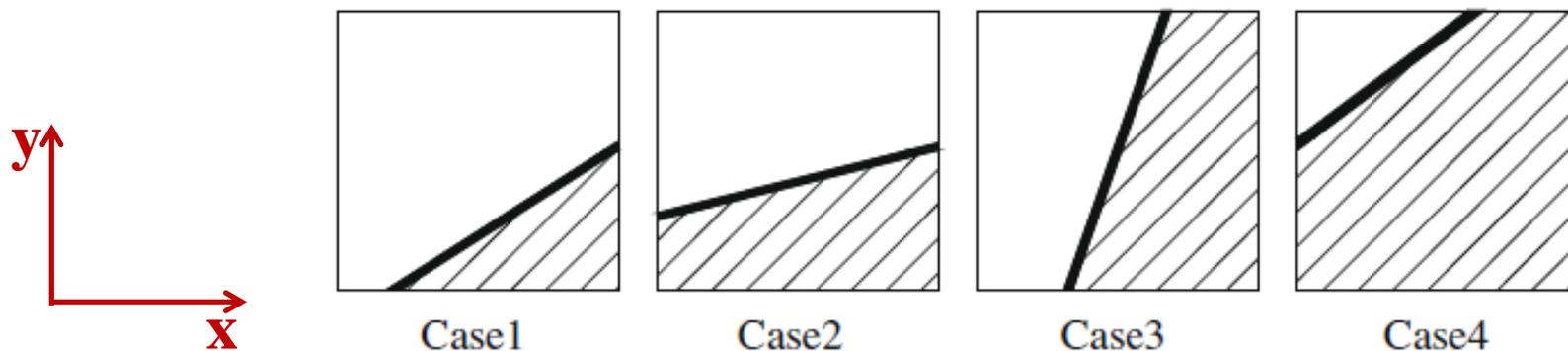
**Blue line is the actual interface, red ones the are reconstructed**

Youngs D. L., Time-dependent multi-material flow with large fluid distortion.  
 In: Morgan K. W., Baines M.J. (eds), Numerical methods for fluid dynamics,  
 New York: Academic, 273-285,1985

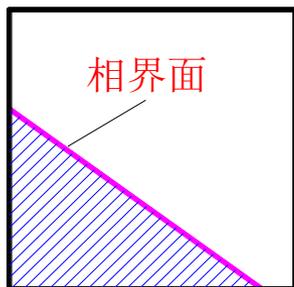
## 4.2.4. PLIC方法

### 1. 界面重构

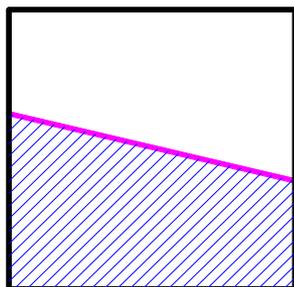
在二维问题中相界面在控制容积中的位置有16种可能的情况，取决于其表面外发线的值  $(n_x, n_y)$ ；例如对  $n_x < 0, n_y > 0$  有以下四种情况



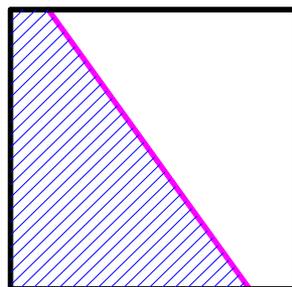
通过对界面方向进行翻转，可均化归为  $n_x > 0, n_y > 0$  的问题，可能的界面形状只有以下四种类型。



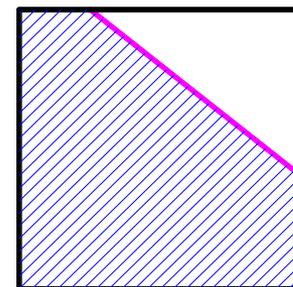
(a) 类型1



(b) 类型2



(c) 类型3



(d) 类型4

对于每一类型的界面，都可以根据以下条件用几何的方法确定其位置：

- (1) 相界面垂直于法线  $(n_x, n_y)$ ;
- (2) 阴影部分面积比等于流体体积函数;

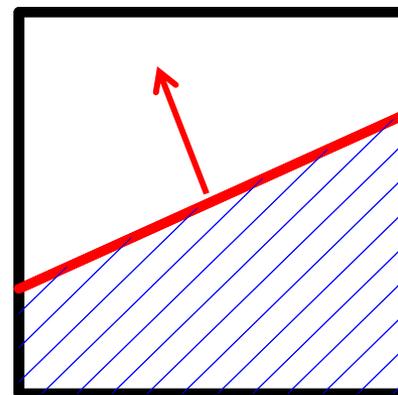
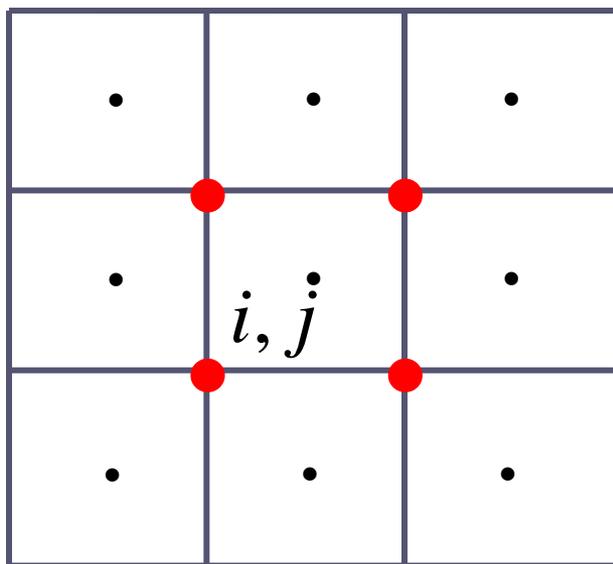
据此，可求出线段的两个**端点**，也就完成了界面重构。



# 界面法线矢量的两个分量可用相邻九点的 $C$ 值确定:

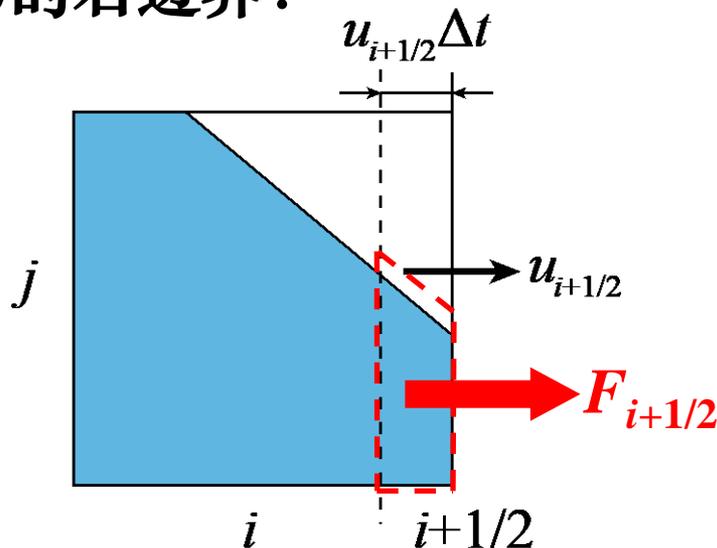
$$n_{i,j}^x = (C_{i+1,j+1} + 2C_{i+1,j} + C_{i+1,j-1} - C_{i-1,j+1} - 2C_{i-1,j} - C_{i-1,j-1}) / \delta x$$

$$n_{i,j}^y = (C_{i+1,j+1} + 2C_{i,j+1} + C_{i-1,j+1} - C_{i+1,j-1} - 2C_{i,j-1} - C_{i-1,j-1}) / \delta y$$



## 2. 界面推进

考虑网格 $(i,j)$ 的右边界:



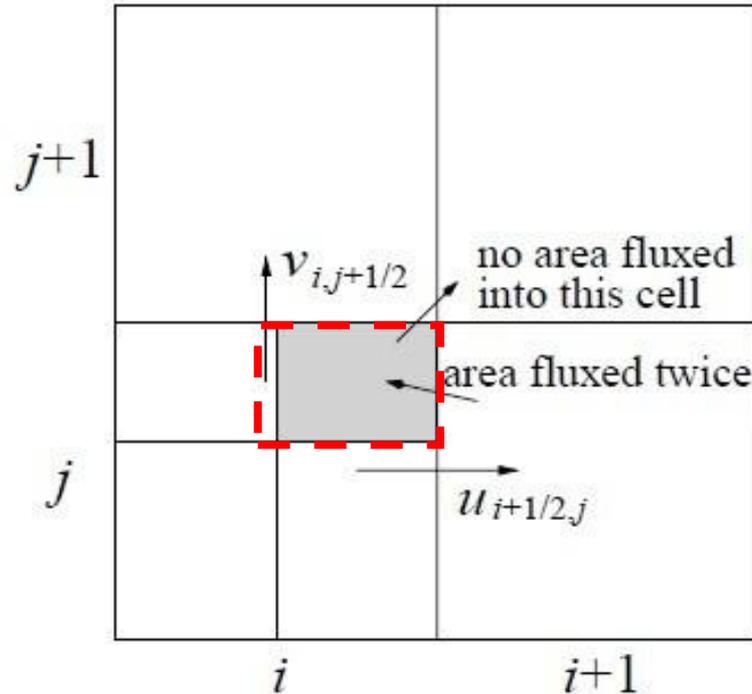
如果 $u_{i+1/2} > 0$ , 红色虚线部分流体从右边界流过界面;

如果 $u_{i+1/2} < 0$ , 在网格 $(i+1,j)$ 中计算界面 $i+1/2$ 上流入的流量。

用同样的方法计算网格上、下、左边界主相流体的流出量:

$$C_{i,j}^{t+\Delta t} = C_{i,j}^t + \left( F_{i-1/2,j} - F_{i+1/2,j} + F_{i,j-1/2} - F_{i,j+1/2} \right) / \Delta V$$

这是一种方向分裂 (split) 推进算法，不足之处在于一部分体积被重复计算。



虚线所示面积被重复计算。

G. Tryggvason, R. Scardovelli, S. Zaleski, Direct Numerical Simulations of Gas-Liquid Multiphase Flows, Cambridge University Press, New York, 2011

目前已发展出基于许多PLIC的非分裂(**unsplit**)推进算法,  
例如:

**J. L ópez, J. Hern ández, P. G ómez, F. Faura, A volume of fluid method based on multidimensional advection and spline interface reconstruction, J. Comput. Phys, 195, 718-742, 2004**

**J. Hern ández, J. L ópez, P. G ómez, F. Faura, A new volume of fluid method in three dimensions. Part I: Multidimensional advection method with face-matched flux polyhedra, Int. J. Numer. Meths. Fluids, 58, 897-921,2008**

论文的作者也公布了他们的计算程序:

**VOFTools, a package of FORTRAN subroutines with analytical and geometrical tools for 2D/3D VOF methods in general grids**  
<http://www.dimf.upct.es/personal/lrj/voftools.html>

## 4.3 Level Set 方法简介

### 4.3.1 符号距离函数

### 4.3.2 符号距离函数在两相流模拟中的应用

### 4.3.3 用 Level Set 函数追踪相界面

Sussman M., Smereka P., Osher S., A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. *J. Comput. Physics*, 1994, 114:146-149

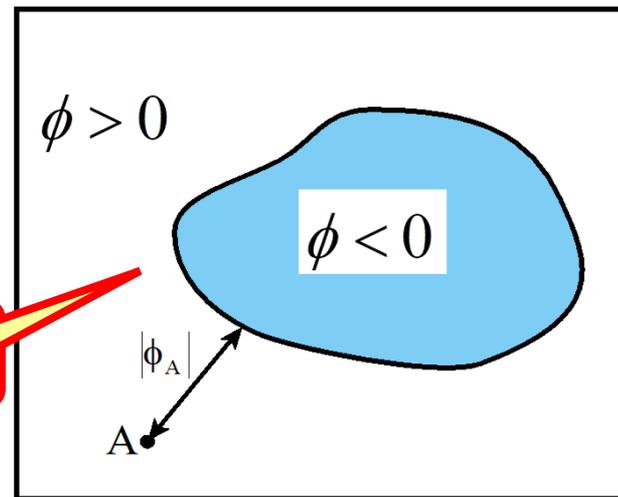
## 4.3 Level Set 方法简介

### 4.3.1 符号距离函数

Level Set方法用一个连续函数  $\phi$  (level set函数)的零等值面表示相界面。用其正负表示位于哪一相。

- $\phi < 0$  表示位于主相中
- $\phi > 0$  表示位于另一相中
- $\phi = 0$  表示位于相界面上

相界面

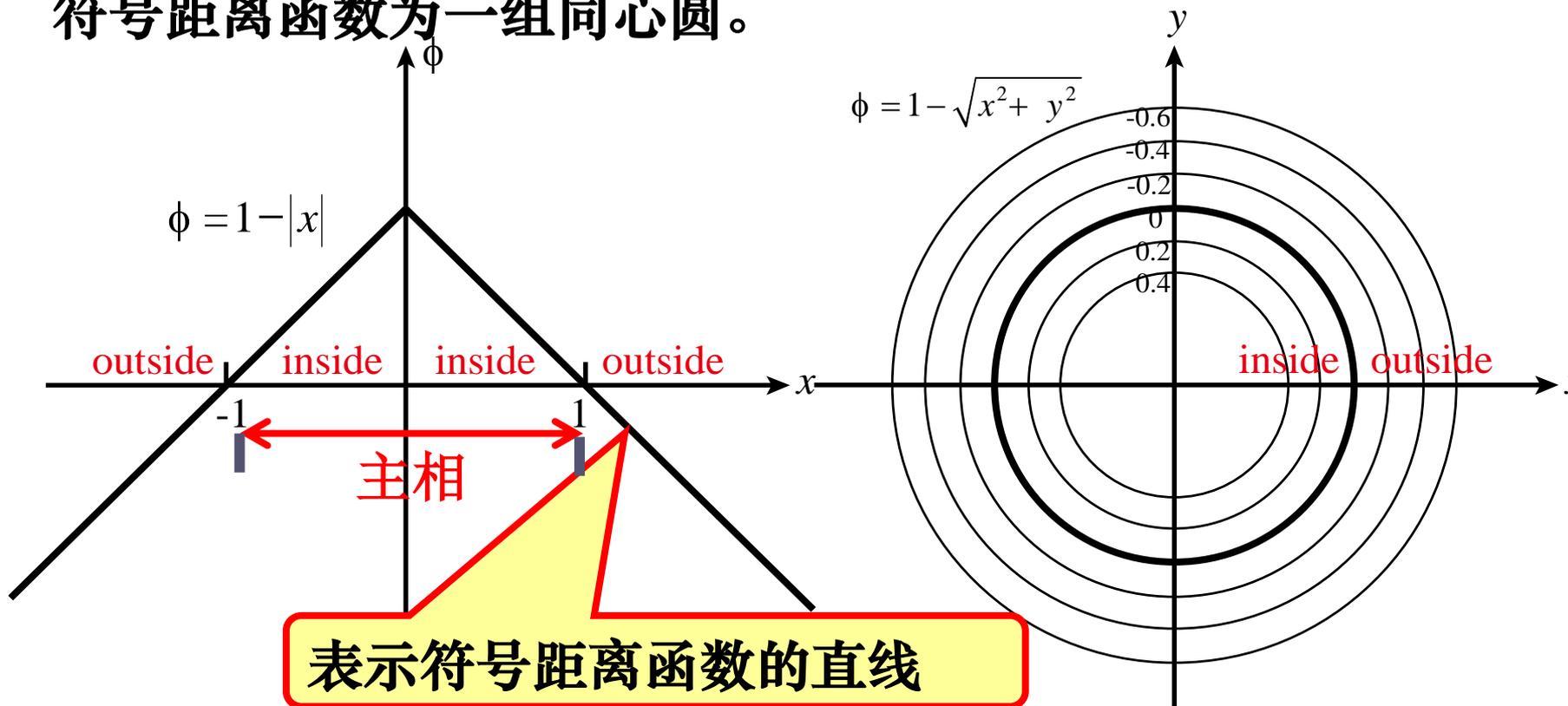


符号距离函数 (Signed Distance Function)就是一种Level Set函数。对于某一点的符号距离函数，其绝对值等于这个点到相界面的最近距离，符号则取决于这个点位于哪一相。

用两个例子来说明**符号距离函数 (正负值随定义而异)**。

- (1) 一维区域，主相占据  $[-1, 1]$  区间；
- (2) 二维区域，主相占据以原点为圆心，半径为 1 的圆内部。则

符号距离函数为一组同心圆。



符号距离函数的特点：

(1) 在相界面附近**连续光滑**；

(2)  $|\nabla \phi| = 1$  距离对距离求导数！

## 4.3.2 符号距离函数在两相流模拟中的应用

### 1. 计算界面方向与曲率

符号距离函数可以用于计算界面方向与曲率：

$$\vec{n} = \nabla \phi \quad \kappa = \nabla \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}$$

由于符号距离函数在相界面附近连续光滑的特点，用其计算界面曲率与方向与曲率比用流体体积函数要准确的多。

## 2. 光顺化的Heaviside函数

用符号距离函数可以定义**光顺化的Heaviside函数**:

$$H_\varepsilon(\phi) = \begin{cases} 0 & (\phi < -\varepsilon) \\ \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\phi}{\varepsilon} - \frac{1}{\pi} \sin(\pi\phi / \varepsilon) \right] & (|\phi| \leq \varepsilon) \\ 1 & (\phi > \varepsilon) \end{cases}$$

$\varepsilon$  表示界面处光顺化的宽度，一般取  $1.5\Delta$  ( $\Delta$ 为网格尺寸)

## 3. 设置两相流的物性分布

利用光顺化的Heaviside函数 $H$ 和两相的物性可以设置对计算区域的物性分布:

$$\rho = \rho_g (1 - H_\varepsilon(\phi)) + \rho_l H_\varepsilon(\phi)$$

$$\eta = \eta_g (1 - H_\varepsilon(\phi)) + \eta_l H_\varepsilon(\phi)$$

以这种物性来算流场以考虑存在两相的事实。**主相是液相还是气相取决于模拟什么问题。**

## 4. 计算表面张力

气液两相流的模拟还需要考虑相界面上的表面张力。**CSF (Continuum surface force)** 模型可以把表面张力转换为相界面附近控制容积中的体积力，并用符号距离函数计算：

$$F_{sv} = -\sigma\kappa(\phi)\nabla H(\phi)$$

$\sigma$  为表面张力系数；

$\kappa(\phi)$  为界面曲率，通过符号距离函数计算；

$\nabla H(\phi)$  为界面  $H$  函数的梯度。

**符号距离函数**还直接表示了节点到相界面的距离。因此，符号距离函数为两相流的直接模拟提供了很多方便，是首选的 **Level Set** 函数。

### 4.3.3 用Level Set函数追踪相界面

Level Set函数的推进也可表示为纯对流方程：

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \phi = 0$$

Level Set方法求解时，一般初始设置了符号距离函数，但是在推进过程中距离函数的特征会改变。因此，在每一个时层完成推进后，一般还需求解**重新初始化(Reinitialization)**方程，将Level Set 函数恢复为符号距离函数。

符号距离函数应该满足： $|\nabla \phi| = 1$

可以构造一个非稳态项进行重新初始化，使得最终的稳态解满足符号距离函数的要求：

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = 1 - |\nabla \phi|$$

$\tau$  为虚拟的时间；接近稳态时，非稳态项接近于0，梯度接近1；

为了保证 Level Set函数的零等值面重新初始化的过程中不发生变化，还需添加一函数S：

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = S(\phi_0) (1 - |\nabla \phi|)$$

其中  $S(\phi_0) = \frac{\phi_0}{\sqrt{\phi_0^2 + \varepsilon^2}}$   $\varepsilon$  通常取一个网格的长度。

S. Osher, R. Fedkiw, Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces, Springer, 2002

对  $\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = S(\phi_0)(1 - |\nabla \phi|)$  的理解

如果一个节点与界面很靠近，也就是  $\phi_0$  接近于0，则

$S(\phi_0) = \phi_0 / \sqrt{\phi_0^2 + \varepsilon^2}$  就接近于0，根据这个节点的重新初始

方程： $\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = S(\phi_0)(1 - |\nabla \phi|)$   $\frac{\partial \phi}{\partial \tau}$  就会趋近于0；这个节点的

**Level set** 函数在初始化过程中基本保持不变，也就是界面附近节点上的**Level set** 函数基本保持不变，保证了界面的位置

不变；在离界面较远的节点上， $|\phi_0| \gg \varepsilon$ ，

$$s(\phi_0) = \phi_0 / \sqrt{\phi_0^2 + \varepsilon^2} \approx 1$$

重新初始化的方程接近于  $\partial \phi / \partial \tau = 1 - |\nabla \phi|$  保证了稳态时

符号距离函数的梯度为1.

**重新初始化**方程的求解目标是使Level Set函数在零等值面不改变的情况下满足  $|\nabla \phi| = 1$ ，恢复为符号距离函数。

求解重新初始化方程能改善Level Set方法的总体质量守恒性。

Level Set 推进方程和重新初始化方程的求解一般采用**高阶的ENO(Essential Non-Oscillatory) 格式**。重新初始化的方程也是一个纯对流方程！

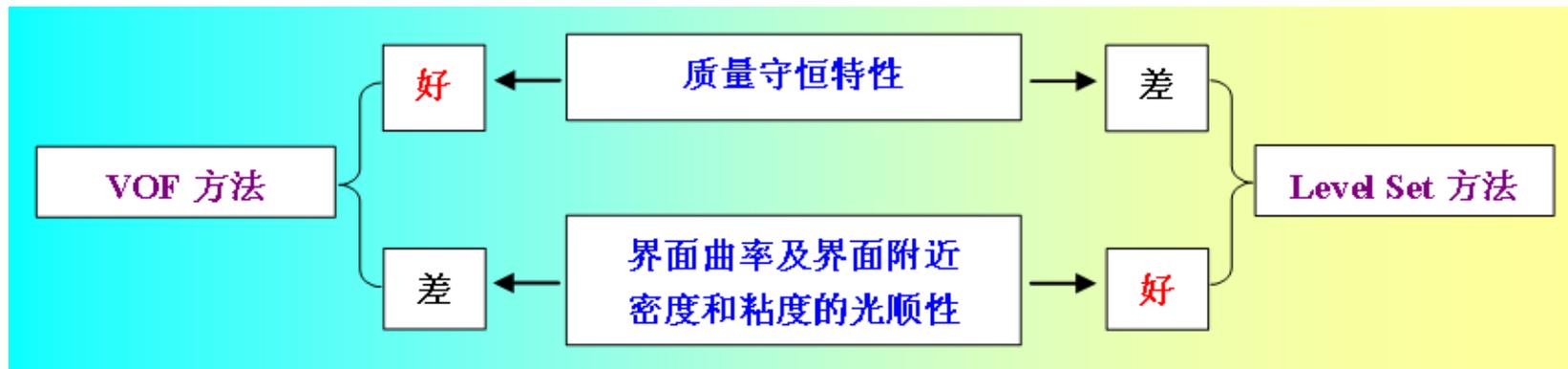
Level Set 方法的一个优势是**简单方便**，从二维到三维的推广也十分容易。因此在更复杂的两相流（例如相变）模拟应用广泛。

Level Set方法的缺点是：仅追踪  $\phi = 0$  的等值面，难以保证相的总体质量守恒性。

A Harten , B Engquist, S. Osher, et al., Uniformly high order essentially non-oscillatory schemes , J. Comput Physics, 1987, 71:231-303

# 4.4 VOSET方法的基本思想

VOF方法和Level Set方法各有优缺点，而且正好互补。



如果能够同时拥有VOF中的**流体体积函数**和Level Set中的**符号距离函数**，就可以让它们发挥各自的优势，执行各自“擅长”的任务。

D.L. Sun, W.Q. Tao, A coupled volume-of-fluid and level set method (VOSET) for computing incompressible two-phase flows, Int. J. Heat Mass Transfer, 53, 645-655, 2010

流体体积函数负责**界面重构与界面推进**，保证总体质量守恒性。

符号距离函数负责计算**界面方向与曲率**，计算**表面张力**，设置**物性**。

VOSET用流体体积函数追踪相界面，同时根据流体体积函数，用**几何方法**生成一个与之相对应的符号距离函数。这样VOSET就能同时具备VOF和Level Set方法的功能。

VOSET不是第一个将VOF及Level set 结合起来的方法，此前有Sussman (2000) 提出的CLSVOF方法及其以后的各种改进；但是在该系列方法中同时求解VOF及Level set 函数两个微分方程，使得计算工作量及复杂程度显著增加。VOSET方法中只求解流体体积函数，但用几何方法生成距离函数。

## 4.5 VOSET方法中距离函数的计算

### 4.5.1 迭代计算的思路

### 4.5.2 计算符号距离函数的几何方法

### 4.5.3 示例

## 4.5 VOSET方法中距离函数的计算

### 4.5.1 迭代计算的思路

#### 1. 为什么要迭代

界面方向与符号距离函数有相互依赖的关系，先用已知的流体体积函数初步计算界面方向：

(1) 知道了界面方向，就可以用PLIC方法重构相界面；

(2) 获得重构界面后，就可以用几何方法计算符号距离函数，而通过距离函数又可以求出更准确的界面方向。

PLIC界面重构和计算距离函数的准确性都要求有**准确的界面方向**。因此需要用**迭代**的方法计算符号距离函数。

## 2. 如何迭代

在没有符号距离函数的时候，首先用**流体体积函数**计算一个初始的、粗略的界面方向，在此基础上，重复以下过程：

(1) 用PLIC重构相界面；

(2) 根据重构界面，用几何方法计算符号距离函数；

(3) 用符号距离函数计算界面方向；

这些过程一般需要迭代三次，就可以得到准确的界面方向。

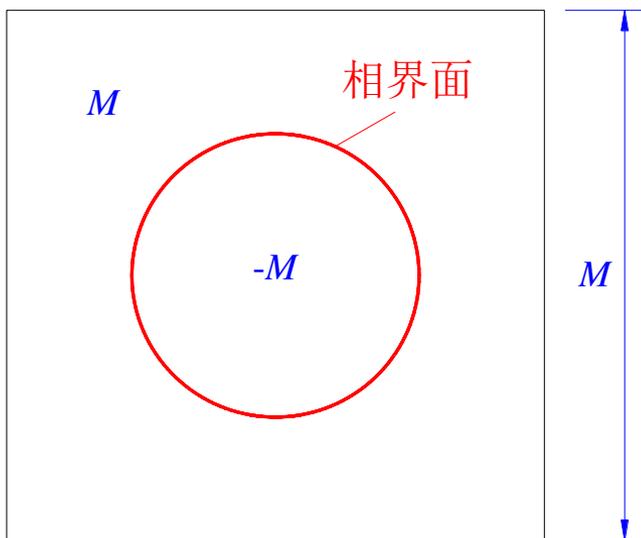
前面已介绍过第 (1)步 和 第(3)步，下面详细介绍第 (2)步：  
计算符号距离函数的几何方法。



## 4.5.2 计算符号距离函数的几何方法

假定已用PLIC方法获得重构界面。

**步骤 1:** 在整个计算区域内为符号距离函数赋初始值

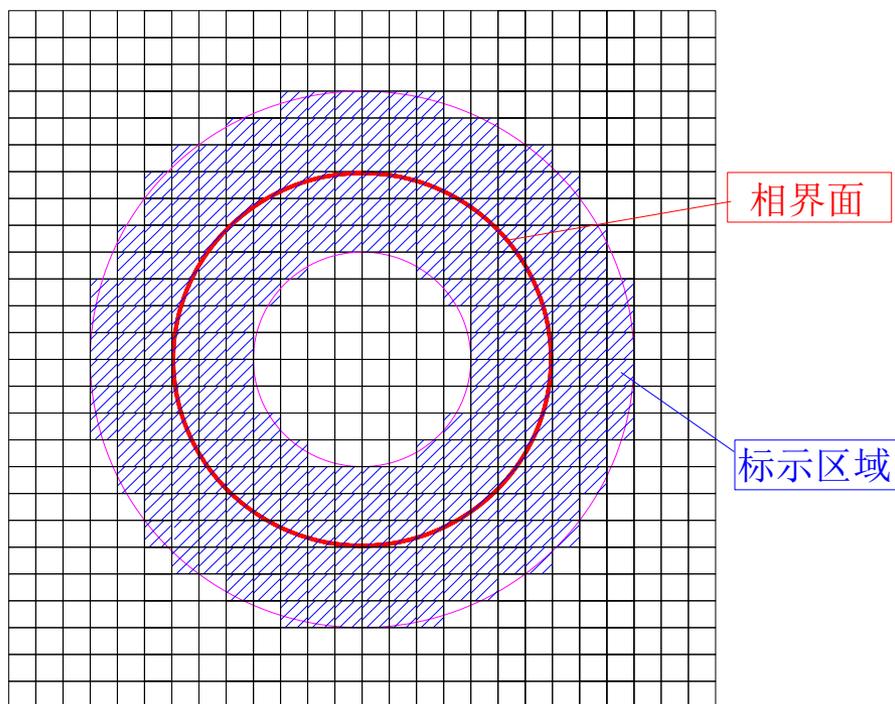


$$\phi_{i,j}^0 = \begin{cases} -M & \text{if } C_{i,j} \geq 0.5 \\ M & \text{if } C_{i,j} < 0.5 \end{cases}$$

$M$ 为计算区域内的最大几何长度，这样可以保证界面附近精确的符号距离函数都包含在设定的初值范围之内。

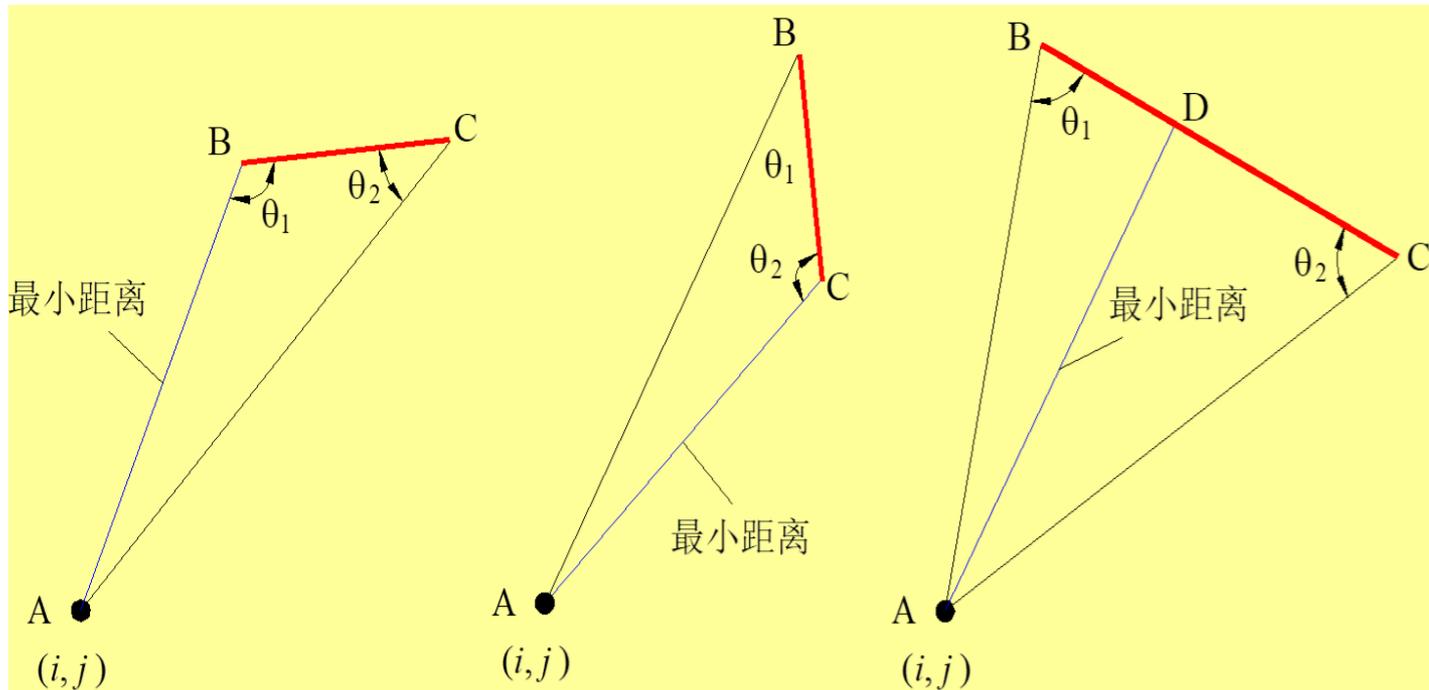
## 步骤 2: 标记界面附近的计算网格

标记相界面一定距离范围（例如：三个网格长度）之内的网格。这一步又可**显著减少计算量**。因为实际计算中两相流数值模拟只需要相界面附近的符号距离函数。



### 步骤 3: 计算被标记的网格中心与相界面的距离

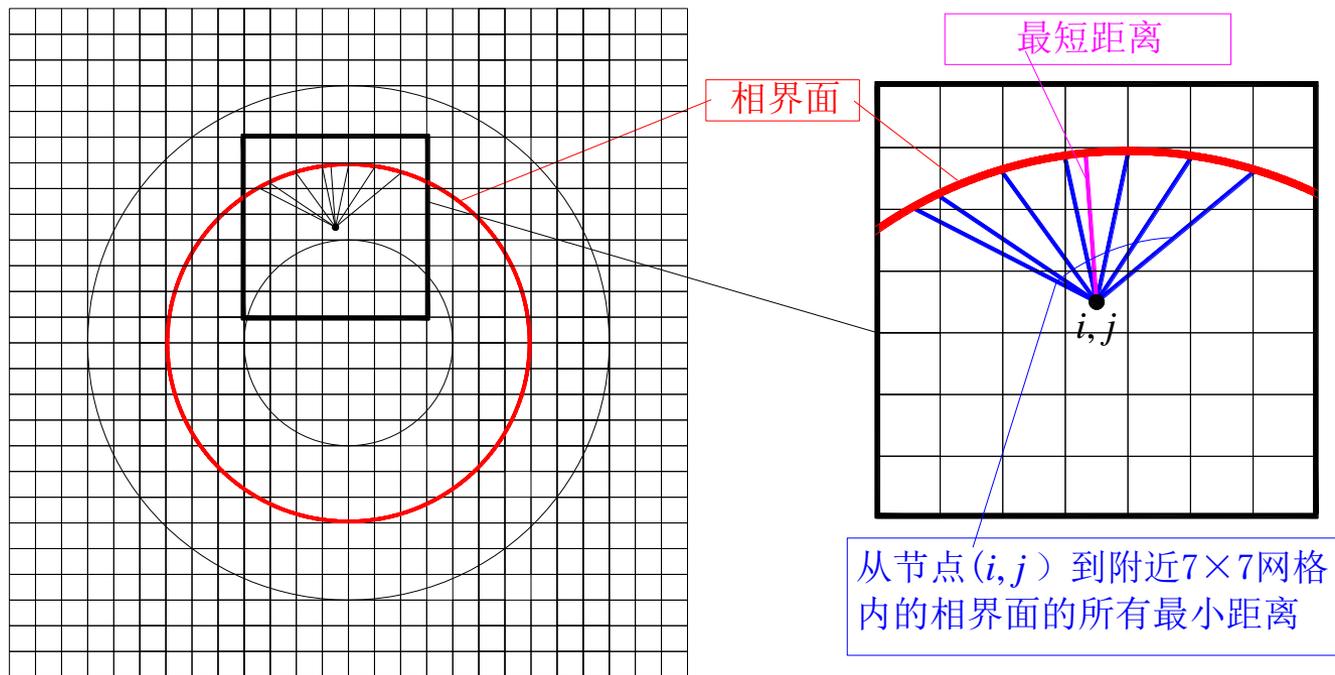
假设A ( $i, j$ )是一个被标记的计算网格，在离开A的三个网格长度的范围内搜寻带有相界面的网格。此时相界面已重构为一个**线段**(BC)。于是可利用一个**三角形**( $\triangle ABC$ )计算给定点到这个**线段**的**最短距离**,无非三种情况:



$\theta_1 > 90^\circ$

$\theta_1 < 90^\circ, \theta_2 > 90^\circ$

$\theta_1 < 90^\circ, \theta_2 < 90^\circ$



在以A  $(i,j)$ 为中心的7X7个网格内进行搜索；在完成了节点 $(i,j)$ 附近相界面的搜寻、并求出A与这些线段之间的最短距离之后，从这些最短距离中**选出最小值**。这个值就是点A到相界面的**最短距离** $d$ ，也就是节点 $(i,j)$ 的**符号距离函数的绝对值**。

## 步骤4: 设置距离函数的符号

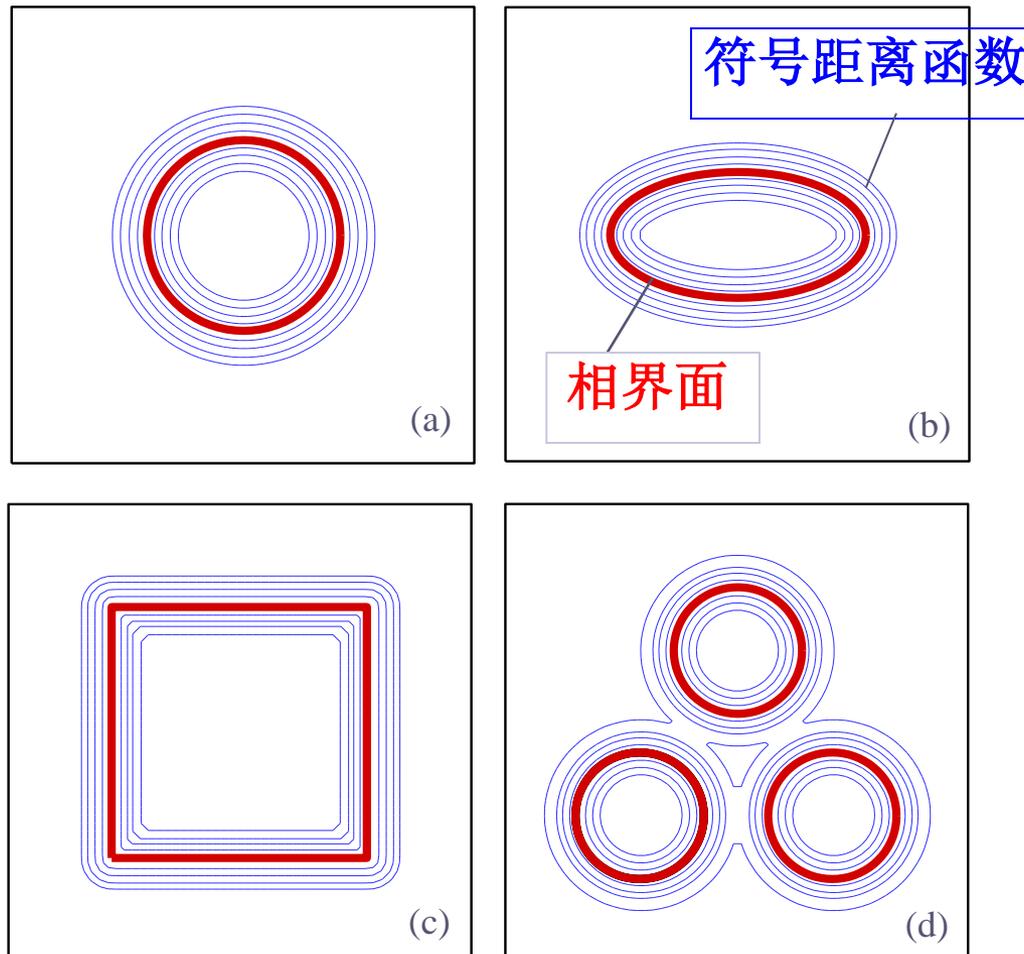
一个点的符号距离函数的正负取决于这个点位于哪一相中。

符号可以用流体体积函数来判定。如果一个网格主相流体占据的体积超过一半，就可以认为这个网格的中心位于主相内，反之则位于另一相中。因此：

$$\phi_{i,j} = \begin{cases} -d & \text{if } C_{i,j} > 0.5 \\ 0 & \text{if } C_{i,j} = 0.5 \\ d & \text{if } C_{i,j} < 0.5 \end{cases}$$

### 6.5.3 示例

以下是迭代几何方法得到的不同形状相界面附近的符号距离函数。



## 4.6 采用VOSET方法求解气液两相流问题

### 4.6.1 无相变过程的控制方程

### 4.6.2 无相变过程的求解步骤

### 4.6.3 有相变过程的控制方程

### 4.6.4 有相变过程能量方程的求解

## 4.6 采用VOSET方法求解气液两相流问题

### 4.6.1 无相变过程的控制方程

流体体积函数方程

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}C) = 0$$

连续性方程

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0$$

动量方程

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\nabla p + \nabla \cdot \mu (\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T) + \rho \vec{g} + \sigma \kappa \nabla H$$

重力

表面张力

每个控制容积的密度、粘性、表面张力均由Level set函数计算，把两相流当做均相流计算，确定流场。

Level set函数用几何方法根据流体体积函数直接求得，因

此不要求解其Level set函数的推进方程，大大节省计算资源。

## 4.6.2 无相变过程的求解步骤

给定初始流体体积函数 $C^0$ ，初始速度 $u^0, v^0$ ；

在第  $n$  个时层的推进步骤如下：

(1) 用 PLIC 方法，根据流体体积函数 $C^n$ 重构界面，并用几何方法计算相应的Level set函数；

(2) 根据Level set函数计算物性分布和表面张力；

(3) 用某种流场求解算法（SIMPLER/IDEAL/Projection算法）求解下一时层的速度场  $u^{n+1}, v^{n+1}$ 和压力场  $p^{n+1}$ ；

(4) 用PLIC方法推进界面，据重构界面及计算得到的界面速度，计算下一时层流体体积函数 $C^{n+1}$ ；

## 4.6.3 有相变过程的控制方程 (液体沸腾, C 气体体积分数)

(1) 流体体积函数方程:  $\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (C\vec{u}) = \frac{\dot{m}}{\rho_l}$

$\dot{m}$  为液体蒸发率

(2) 连续方程:  $\nabla \cdot \vec{u} = \dot{m} \left( \frac{1}{\rho_v} - \frac{1}{\rho_l} \right)$

(3) 动量方程:  $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \nabla \cdot (\vec{u}) =$

表面张力作用



$$\frac{1}{\rho_\varepsilon(\phi)} \left\{ -\nabla p + \nabla \cdot \mu_\varepsilon(\phi) [(\nabla \vec{u}) + (\nabla \vec{u})^T] + \rho_\varepsilon(\phi) \vec{g} + \sigma \kappa(\phi) \nabla H \right\}$$

(4) 能量方程:  $\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla T = \alpha_l \nabla^2 T \text{ 液体区域} \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla T = \alpha_v \nabla^2 T \text{ 汽体区域} \end{array} \right.$

## 4.6.4 有相变过程能量方程的求解

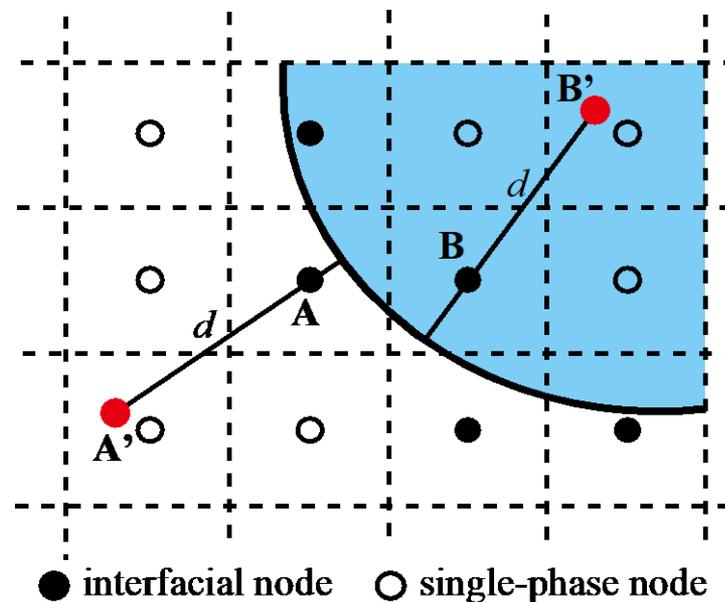
利用相界面上温度为饱和温度的条件，两个区域各自求解。

对包含界面的单元 A 及 B, 节点 A, B 的温度需要通过插值得到。

A 点的温度: 
$$\frac{T_A - T_i}{T_{A'} - T_i} = \frac{|\phi_A|}{|\phi_A| + d}$$

$d$  为 A' 与 A 的距离

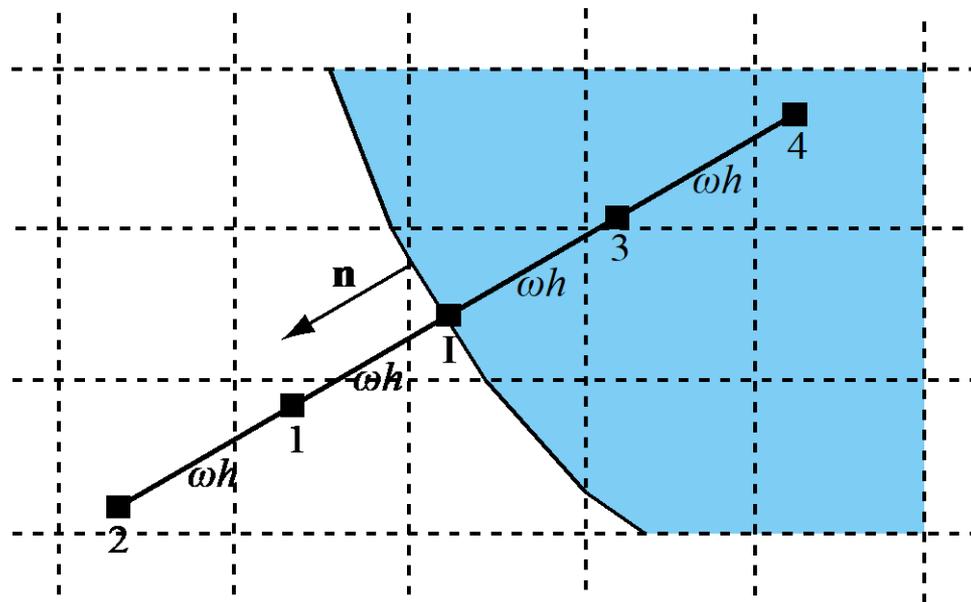
B 点的温度 
$$\frac{T_B - T_i}{T_{B'} - T_i} = \frac{|\phi_B|}{|\phi_B| + d}$$



由本次迭代计算获得的 A 及 B 的节点温度，作为下一次迭代计算两个区域已知的边界温度。

**液体蒸发率计算：**取  
 决于界面的热流密度。采  
 用探测点法来确定。

在相界面上找一点 I，  
 沿界面法线向两侧等间距  
 确定点 1, 2, 3, 4；利用该四  
 点周围已知温度插值得出四  
 点的温度，然后按照 Fourier 定律



$$q = \lambda_l \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_l - \lambda_v \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_v$$

线性插值:  $\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_l \cong \frac{T_1 - T_i}{\omega h}$

$\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_v \cong \frac{T_i - T_3}{\omega h}$

二次插值:  $\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_l \cong \frac{-T_2 + 4T_1 - 3T_i}{2\omega h}$

$\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_v \cong -\frac{-T_4 + 4T_3 - 3T_i}{2\omega h}$

## 4.7 数值计算实例

4.7.1 用不同的方法计算圆的曲率

4.7.2 椭圆形气泡的震荡

4.7.3 单个气泡的上升

4.7.4 异轴两个气泡在静止液体中的上升和溶并过程

4.7.5 液柱倒塌（溃坝）过程

4.7.6 浅液层沸腾过程

4.7.7 膜态沸腾过程

## 4.7 数值计算实例

### 4.7.1 用不同的方法计算圆的曲率

给定一个半径为 1 的圆，分别用 VOF, Level Set, VOSET 在不同网格尺寸下计算圆的曲率。同时 VOSET 在迭代求解符号距离函数中选择了不同的迭代次数： $N = 1, 2, 3$ 。比较这些方法计算的曲率误差的大小。

圆的曲率与半径满足： $\kappa_{\text{exact}} R = 1$

$L_2$  误差的定义：

$$L_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (\kappa R - \kappa_{\text{exact}} R)^2}{M}}$$

$\kappa$  为计算得到的曲率。

$\Delta x$	VOF $L_2$	LS $L_2$	VOSET		
			$N=1$ $L_2$	$N=2$ $L_2$	$N=3$ $L_2$
1/20	0.427	$2.010 \times 10^{-2}$	$4.504 \times 10^{-2}$	$5.362 \times 10^{-2}$	$5.470 \times 10^{-2}$
1/40	0.825	$4.347 \times 10^{-3}$	$5.721 \times 10^{-2}$	$5.712 \times 10^{-2}$	$5.855 \times 10^{-2}$
1/80	0.922	$1.030 \times 10^{-3}$	$8.351 \times 10^{-2}$	$4.678 \times 10^{-2}$	$4.729 \times 10^{-2}$
1/160	1.585	$2.536 \times 10^{-3}$	0.165	$4.033 \times 10^{-2}$	$3.628 \times 10^{-2}$
1/320	3.018	$6.329 \times 10^{-5}$	0.320	$5.311 \times 10^{-2}$	$3.926 \times 10^{-2}$
1/640	6.111	$1.570 \times 10^{-5}$	0.481	$6.898 \times 10^{-2}$	$3.709 \times 10^{-2}$

(1) VOSET 计算曲率的准确性优于 VOF;

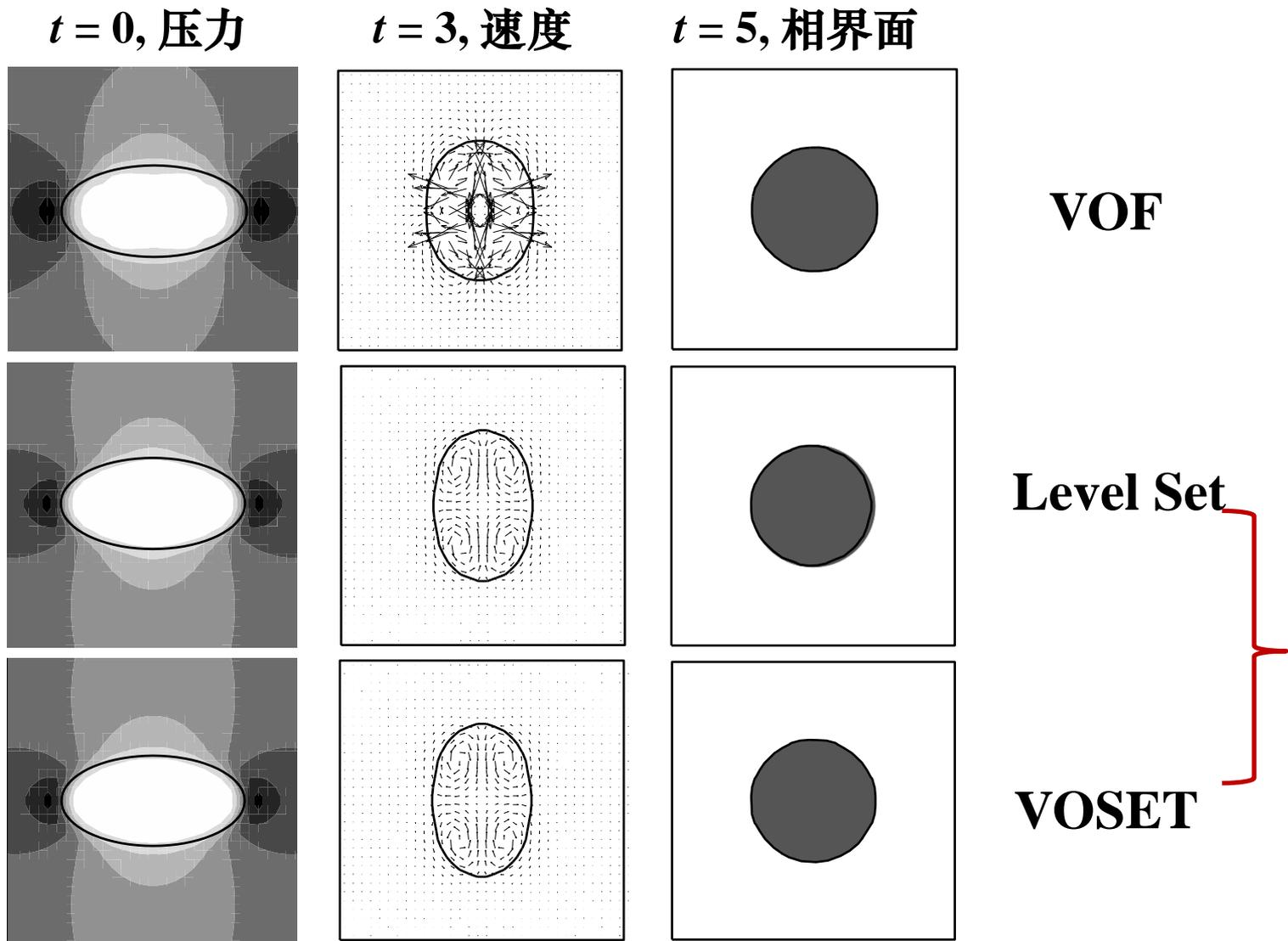
(2) 迭代次数增加, VOSET 计算曲率的准确性会提高; 迭代三次偏差已经下降到 5% 或以下, 已经可以接受。

## 4.7.2 椭圆形气泡的震荡

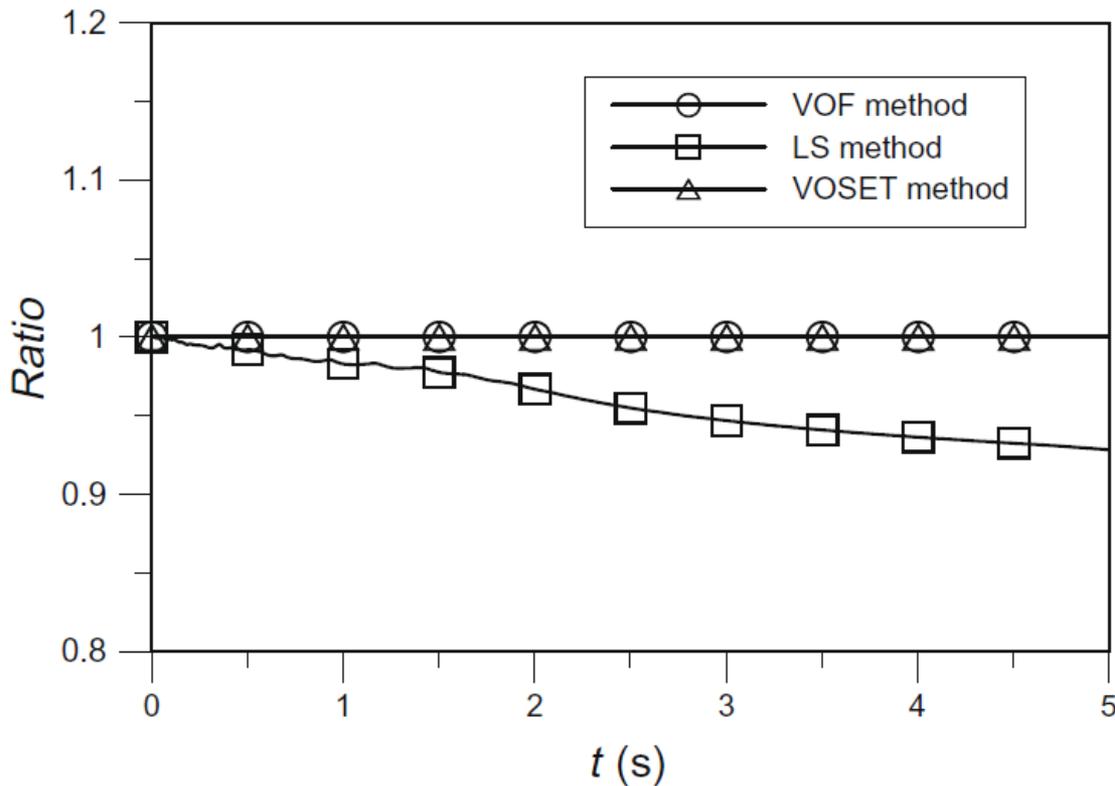
无重力的条件下，在**静止**的液体中放置一个初始的**椭圆**气泡。

椭圆界面上的曲率并不均匀，因此表面张力不均匀。不均匀的表面张力会导致气泡的震荡。

液体的**粘性**使震荡逐渐减弱，最终气泡会变成圆形并保持静止。



VOSET继承了Level Set计算表面张力的准确性，优于VOF。



$$\text{质量比率 (Ratio)} = \frac{\text{计算时刻主相流体的质量}}{\text{初始时刻主相流体的质量}}$$

**VOSET 继承了 VOF 的总体质量守恒性，优于 Level Set。**

## 4.7.3 单个气泡的上升

在静止的液体放置一个气泡，气泡在浮力的作用下上升。

气泡在上升的过程中受到**浮力**、**粘性力**和**表面张力**的共同作用，最终形成的稳定的气泡形状由无量纲数 **Morton number**和 **Eotvos number** 决定。

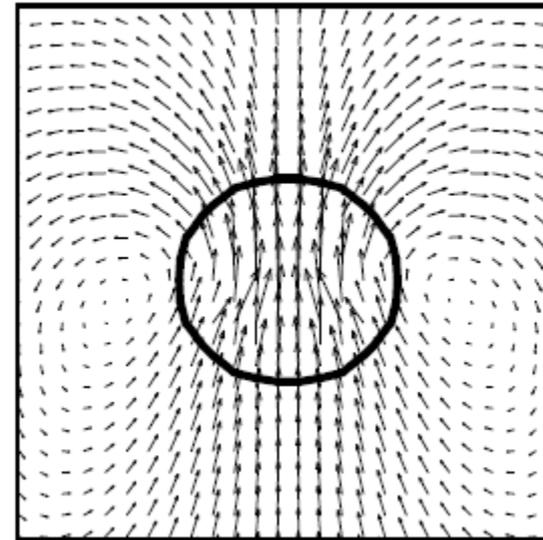
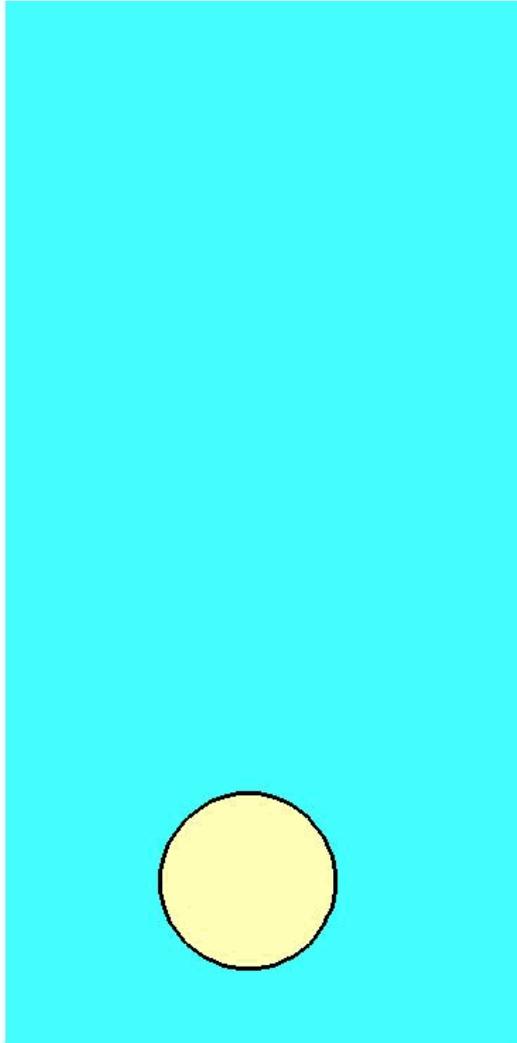
$$M = g\eta_l^4 / \rho_l \sigma^3$$

表征**粘性力**与**表面张力**的对比关系

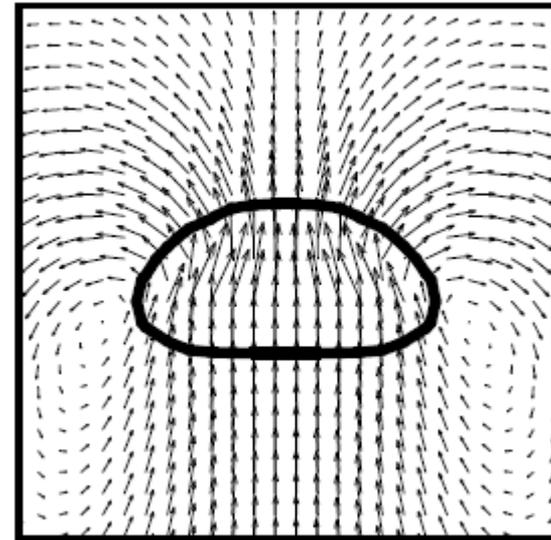
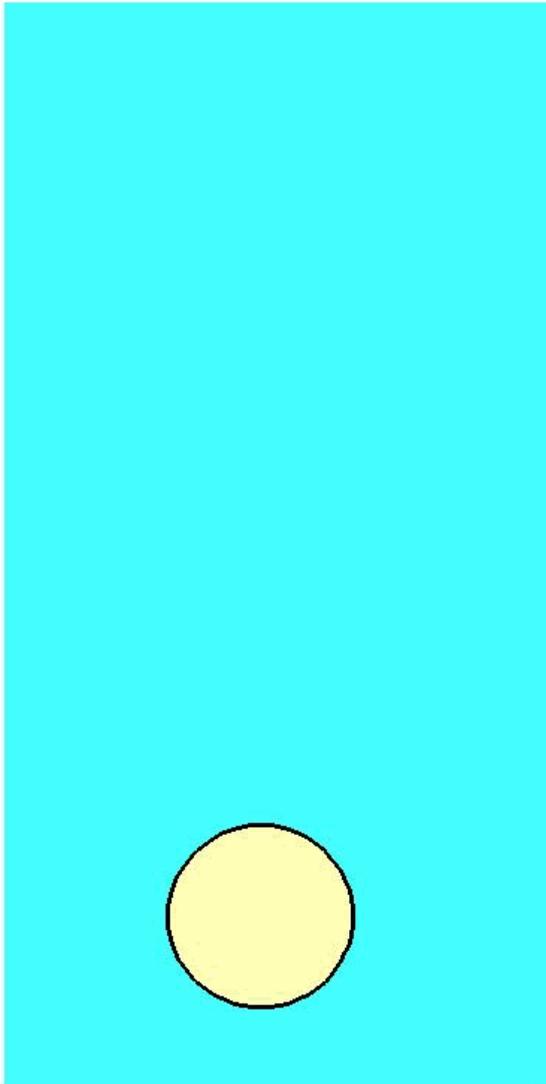
$$Eo = gd_e^2(\rho_l - \rho_g) / \sigma$$

表征**浮力**与**表面张力**的对比关系

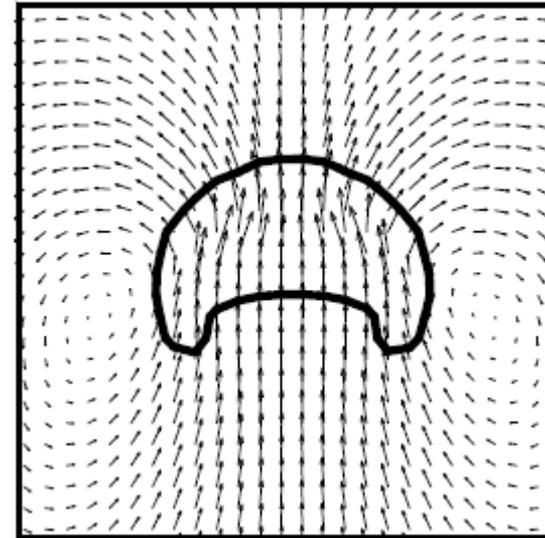
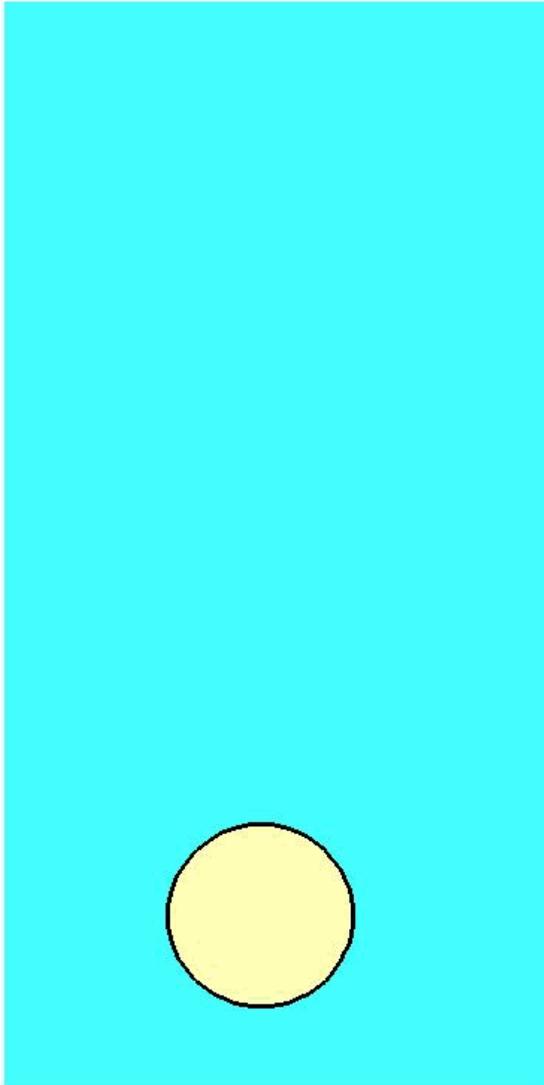
# Case 1: $Eo = 1.0, M = 0.001$ , 会形成球圆形气泡



# Case 2: $Eo = 10.0$ , $M = 0.1$ , 会形成椭圆形气泡

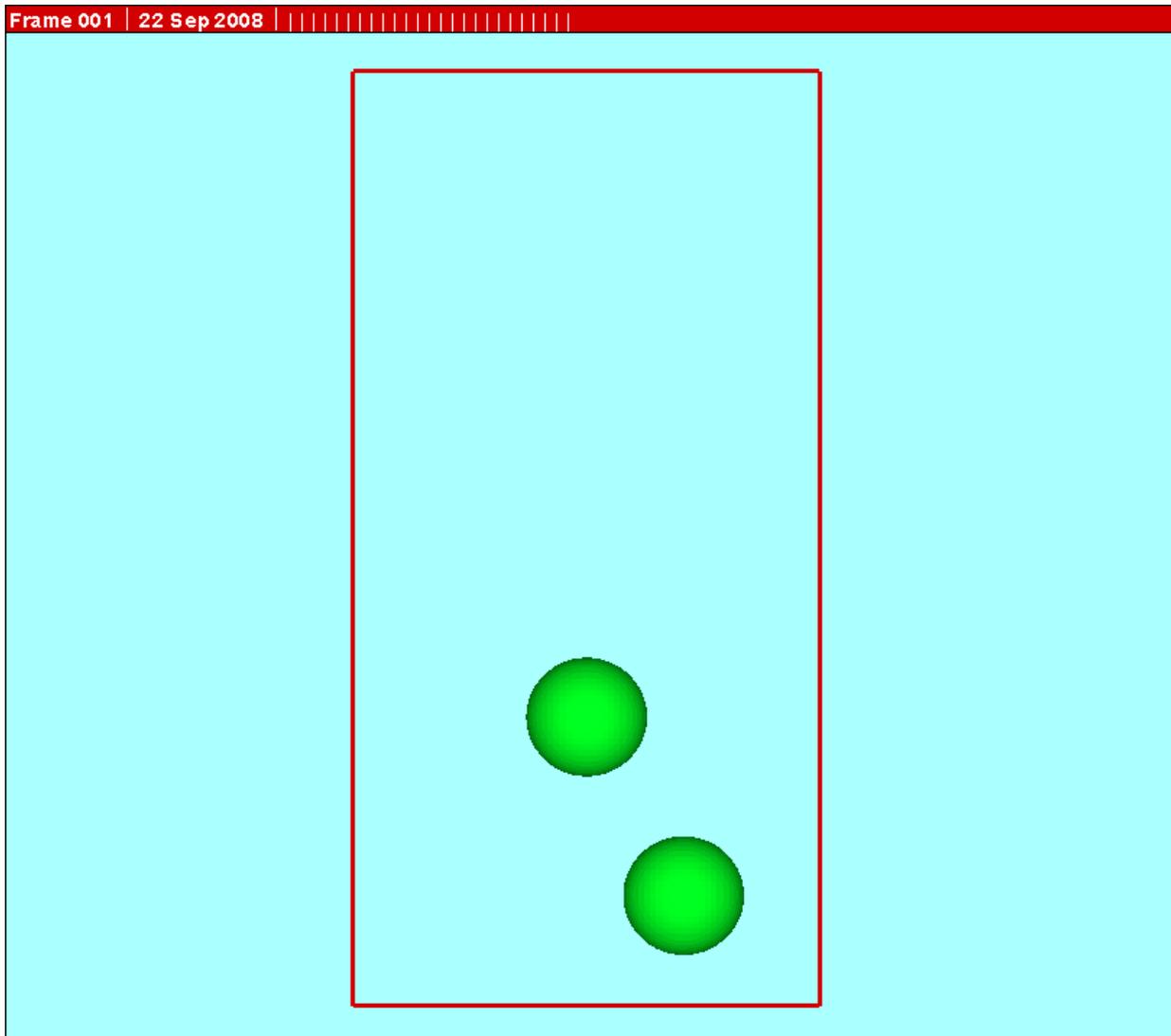


# Case 3: $Eo = 100.0$ , $M = 1000$ , 会形成球帽形气泡

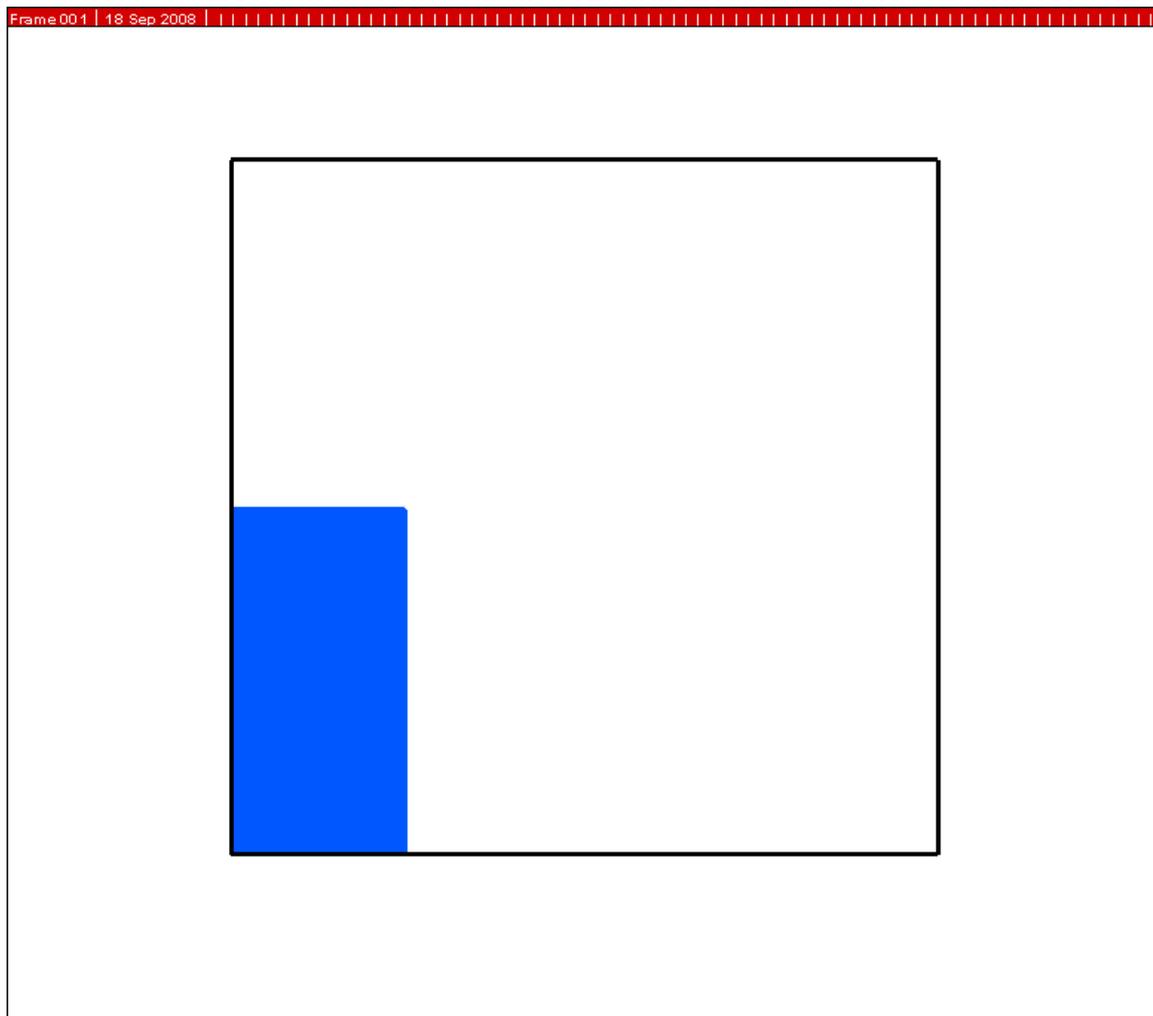




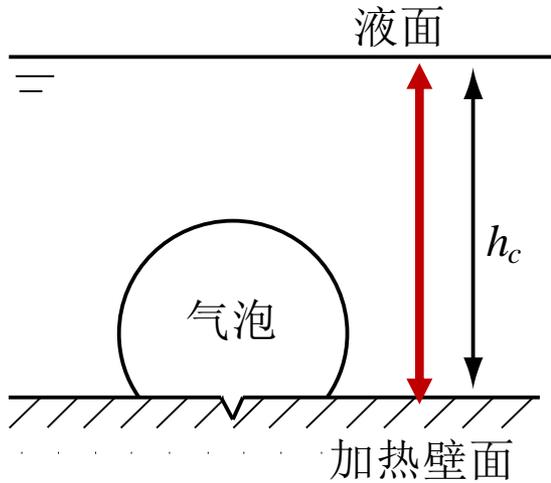
## 4.7.4 异轴两个气泡在静止液体中的上升和溶并过程



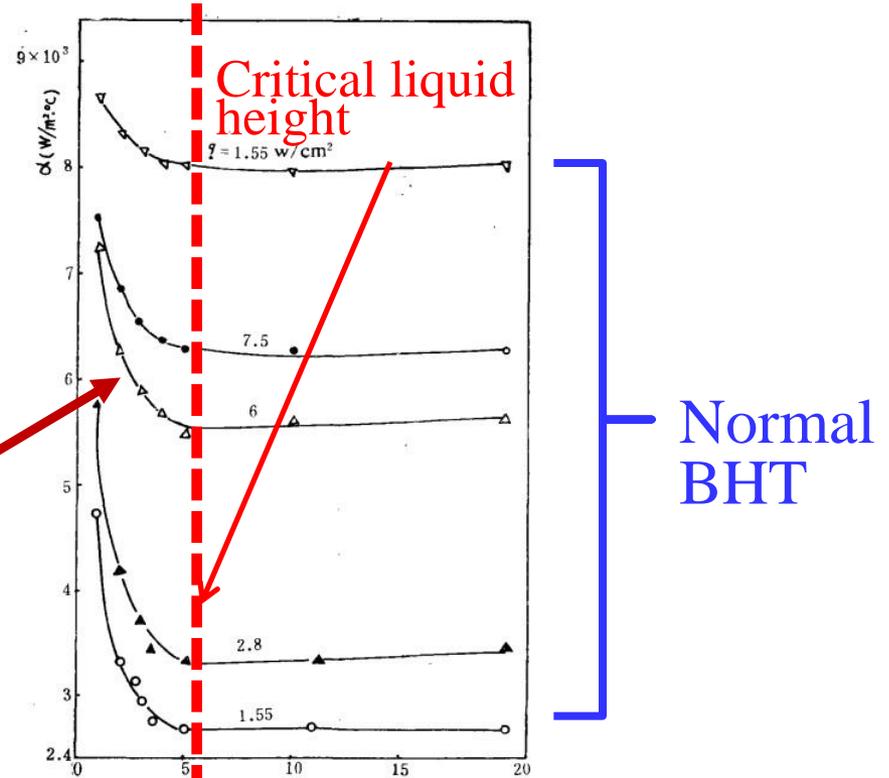
# 4.7.5 液柱倒塌 ( 溃坝 ) 过程



# 4.7.6 浅液层沸腾过程

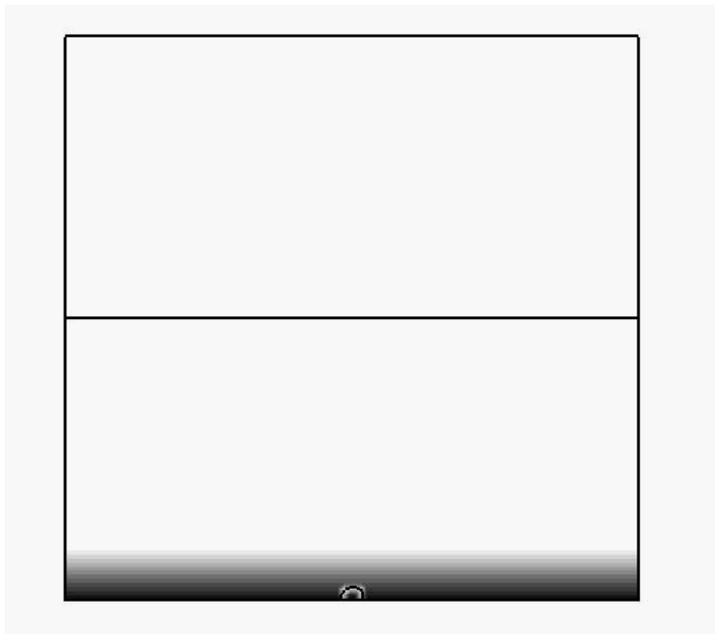


浅液层中的沸腾

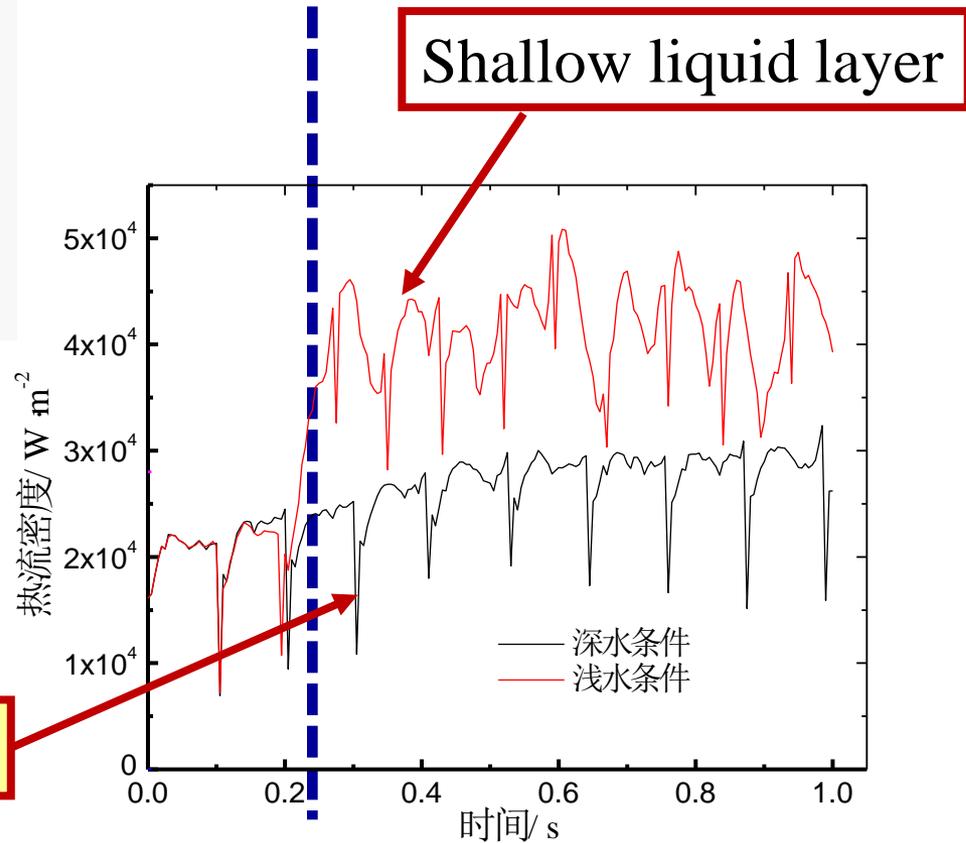


When the height of liquid over a heating plate is less than a certain value boiling heat transfer can be significantly enhanced.

Lin K., Tao W.Q., Numerical simulation of nucleate boiling in shallow liquid, Computers & Fluids, <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2016.12.026>

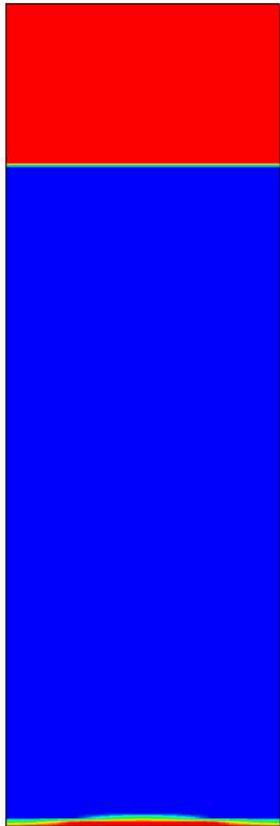


Deep liquid layer



Shallow liquid layer

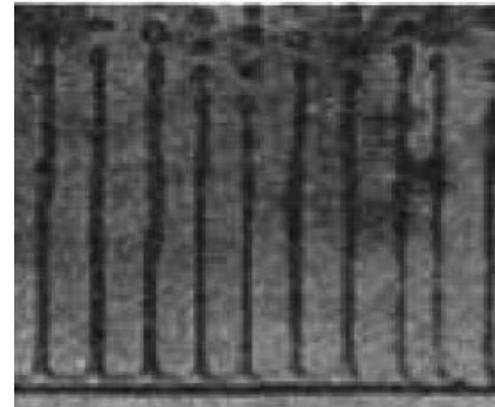
# 4.7.7 膜态沸腾模拟



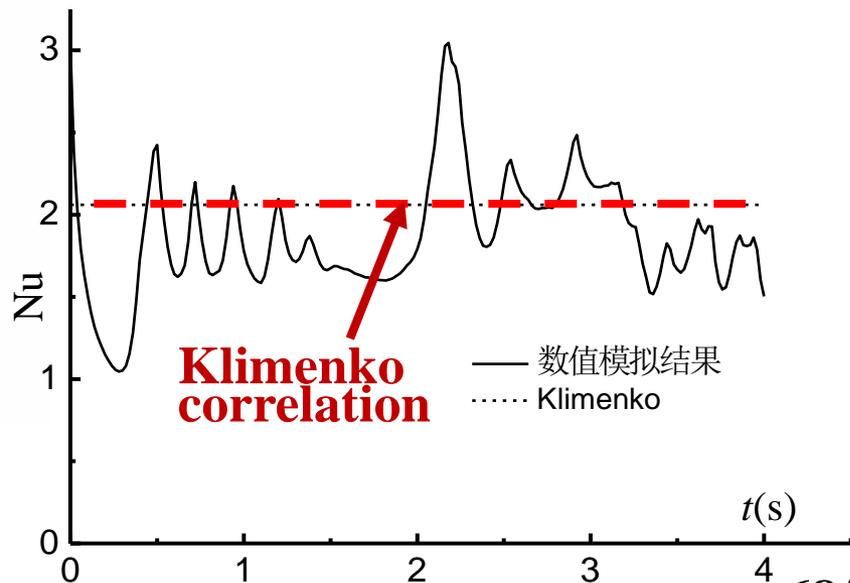
低过热度



高过热度



Experiment by Reimann and Grigull (1975)



## 4.8 VOSET向三维的推广

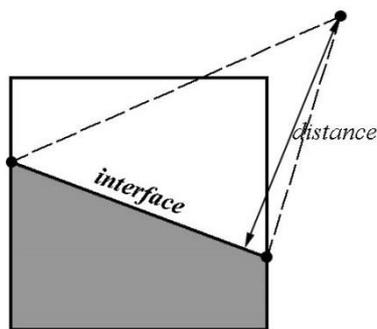
### 4.8.1 VOSET从二维推广到三维需要解决的问题

VOSET中重构相界面和计算符号距离函数都采用了几何方法，因此在二维中实施VOSET需要解决的是一个平面几何问题。

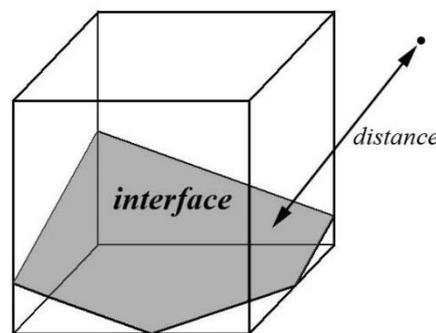
在三维坐标系中实施VOSET需要解决的是一个立体几何问题。因此，VOSET向三维推广的关键问题在于**如何解决更复杂的几何问题**。

根据 PLIC 的**分段线性**的重构的思想，一个二维的矩形网格中的相界面被重构为一个**线段**，而在三维的立方体网格中重相界面会被重构成为一个**多边形**。因此，三维中许多几何上的解决方案需要重新考虑。

二维



三维



## (1) 相界面的描述

二维问题中用线段两个端点的坐标就可以描述重构相界面，三维中的重构相界面应该如何描述？

## (2) 计算点到相界面的最短距离

在二维中，通过解一个三角形就可以计算出一个点到相界的最短距离，同样的问题在三维中应该如何计算？

## 4.8.2 VOSET从二维到三维的简单推广---沿用二维问题的方法

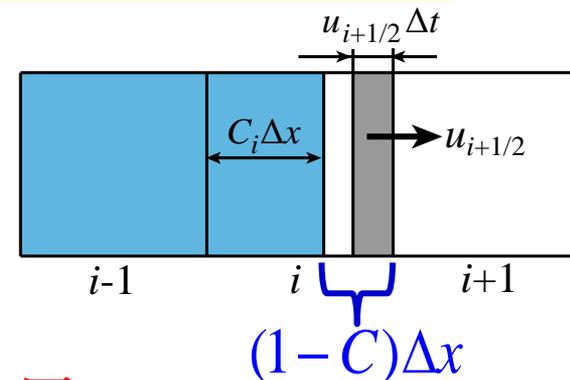
一种简单的推广方法就是完全沿用二维的方法，只是增加了一个维度。

三维空间含相界面的一个控制容积在一个时间步长后体积函数的变化为：

$$(C_{i,j,k}^{n+1} - C_{i,j,k}^n) \Delta x \Delta y \Delta z = F_{i-1/2,j,k}^n - F_{i+1/2,j,k}^n + F_{i,j-1/2,k}^n - F_{i,j+1/2,k}^n + F_{i,j,k-1/2}^n - F_{i,j,k+1/2}^n$$

对于存在相界面的控制容积：

$$F_{i+1/2} = \begin{cases} 0 & u_{i+1/2} \Delta t < (1-C)\Delta x \\ u_{i+1/2} \Delta t - (1-C)\Delta x & u_{i+1/2} \Delta t > (1-C)\Delta x \end{cases}$$



计算界面体积函数的流量关键是确定界面位置。

# 1) PLIC界面重构

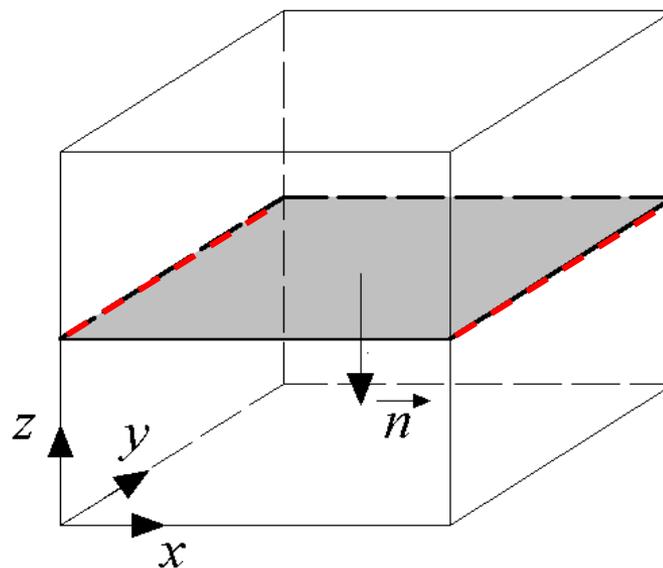
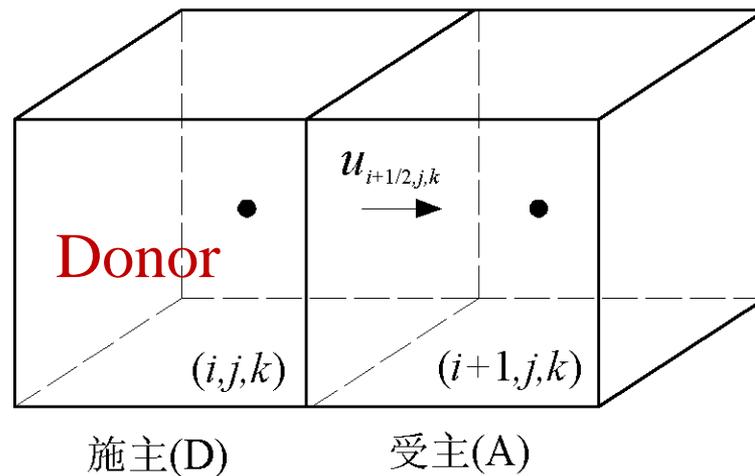
当施主网格是半网格，即  $0 < C < 1$ ，其内就存在界面重构问题。

根据相界面法线的方向

$$\vec{n}_{i,j,k} = \nabla C$$

存在三类情况：

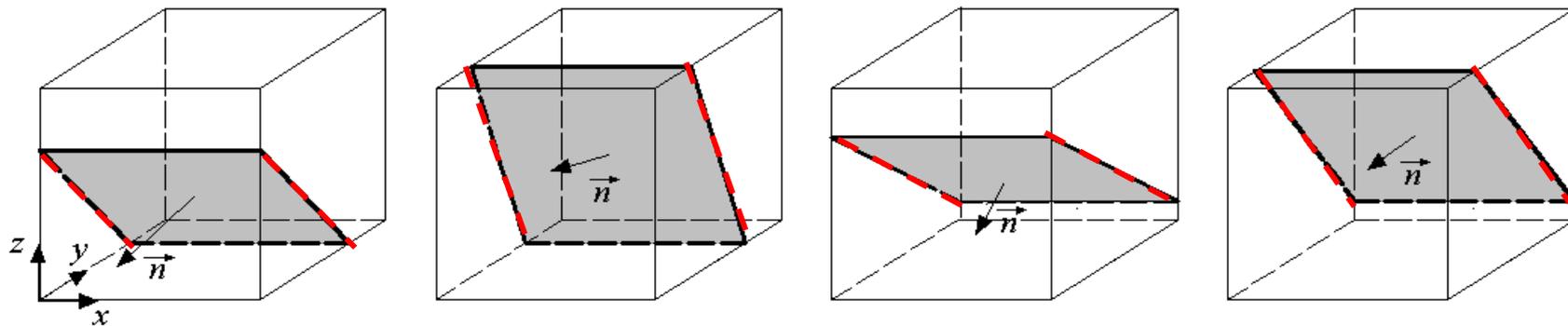
**第一种类型：**法线的三个方向分量中  $n_{i,j,k}^x, n_{i,j,k}^y, n_{i,j,k}^z$  有两个分为0；



此图界面垂直于z轴，可作为两个分量为0的代表

使界面法线在平行于y-z面内转动，且其两条红色边界始终平行，于是就有：

**第二种类型：**法线的三个方向分量  $n_{i,j,k}^x, n_{i,j,k}^y, n_{i,j,k}^z$  中有一个分为0；



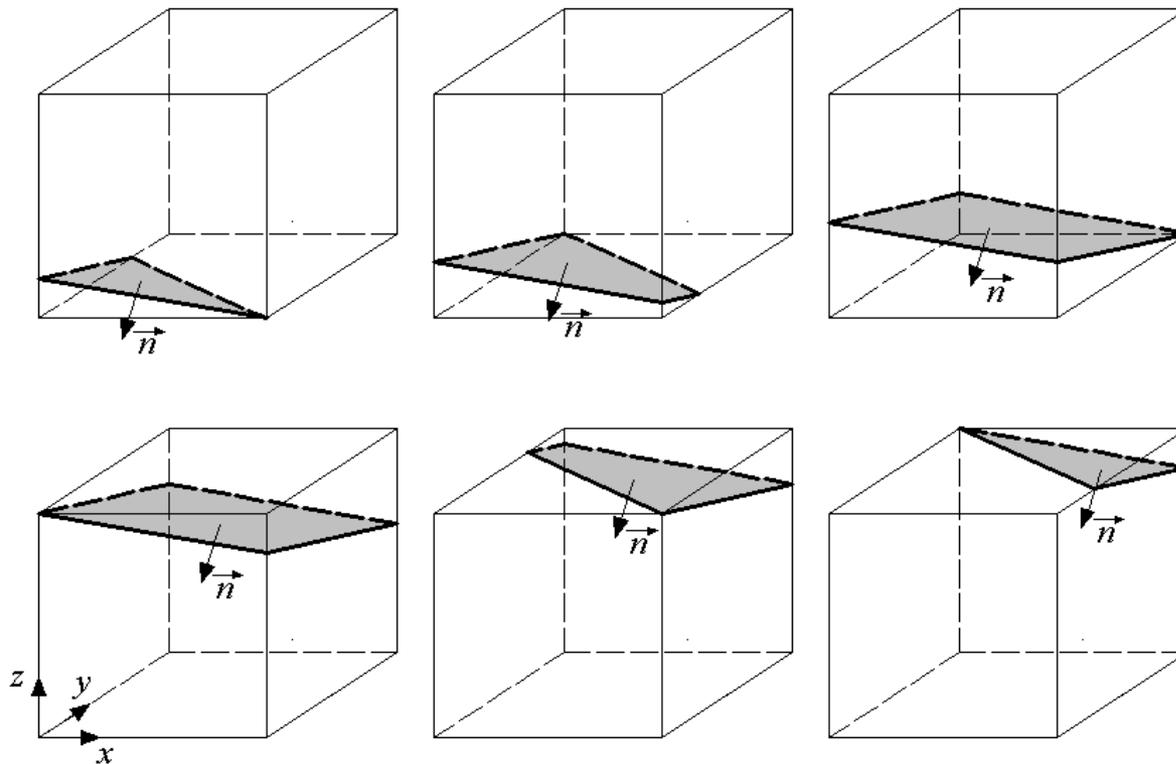
法线在平行于y-z的平面内，x方向分量  $n_{i,j,k}^x = 0$

此图可作为一个分量为0的代表

界面法线可在三维方向内转动，但在x,y 轴上法线分量之和小于在z轴上的分量，于是就有**第三种类型a**：



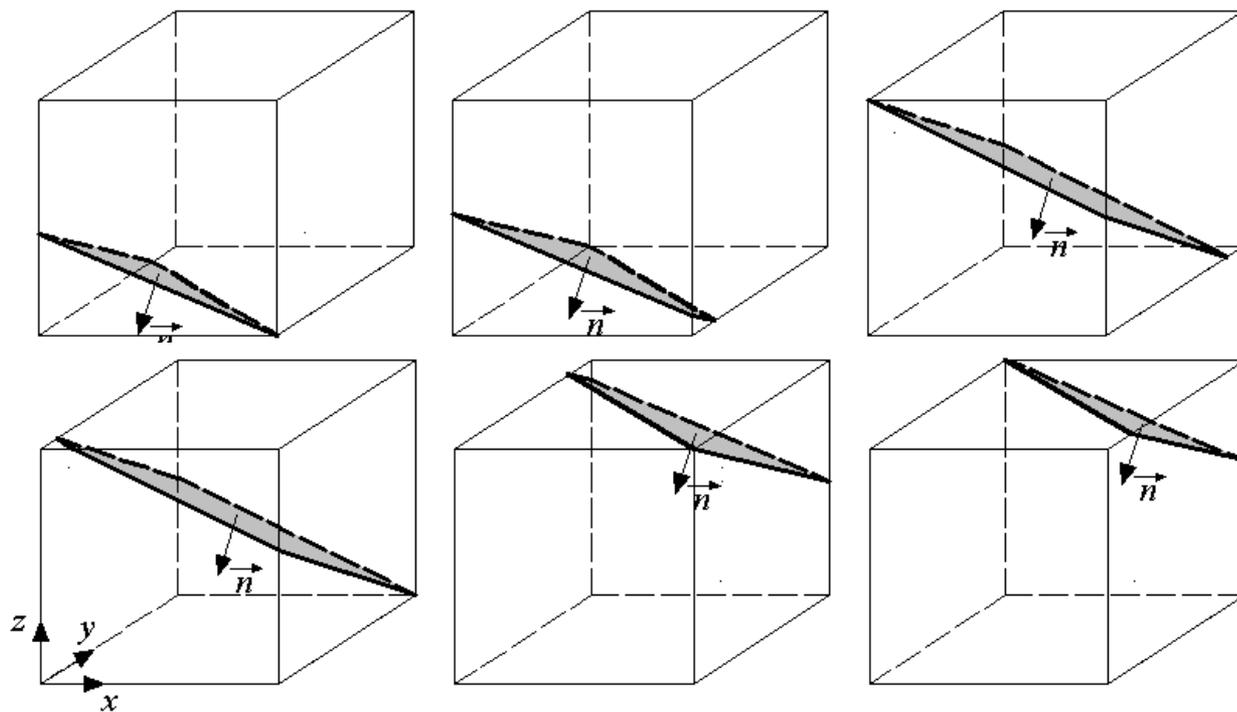
法线三个方向分量  $n_{i,j,k}^x, n_{i,j,k}^y, n_{i,j,k}^z$  均不为0, 但在  $x, y$  轴上法线分量之和小于在  $z$  轴上的分量



$|n_{i,j,k}^x| + |n_{i,j,k}^y| \leq |n_{i,j,k}^z|$  时的6种界面状 (第三种类型a)

法线几乎平行  $z$ -轴, 此图可作为法线几乎平行于一个轴的代表。

界面法线可在三维方向内转动，但在x,y 轴上法线分量之和大于在z轴上的分量，于是就有**第三种类型b**：



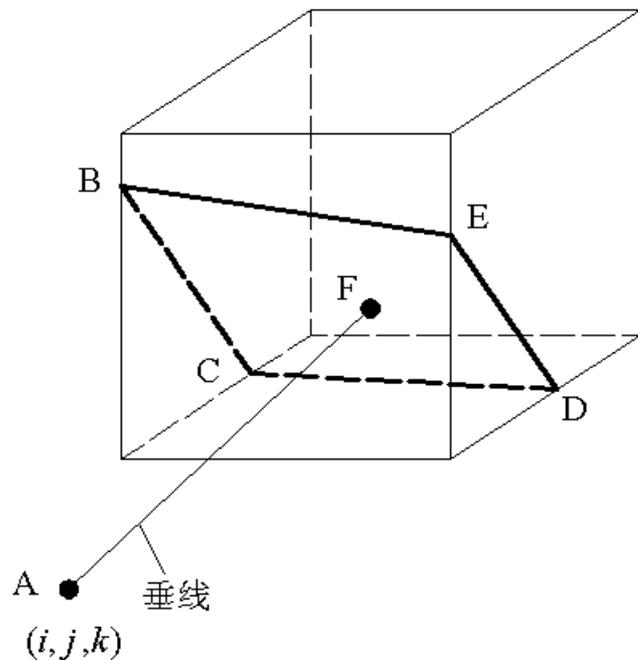
$|n_{i,j,k}^x| + |n_{i,j,k}^y| > |n_{i,j,k}^z|$  时的6种界面形 (**第三种类型b**)

法线与z-轴夹角较大，此图可作为此类情形的代表。

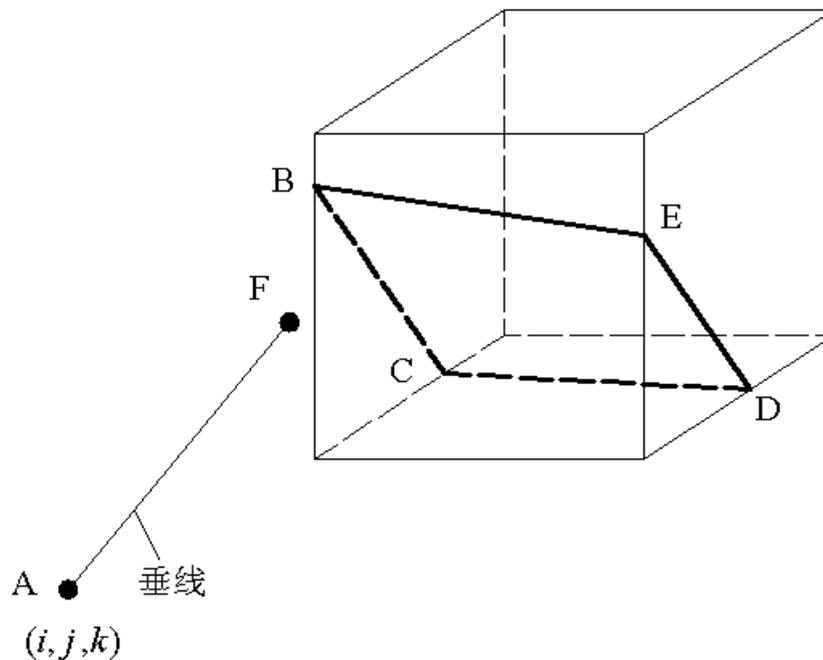
简单的推广就需按照上述界面的形状做重构处理！

## 2) 符号距离函数的迭代计算

在节点 $(i,j,k)$ 的三个坐标方向取 $7 \times 7 \times 7$ 个控制容积，寻找该点到位于49个控制容积内相界面距离，并从中选出最短距离作为该点的符号函数。



F点在BCDE相界面面内

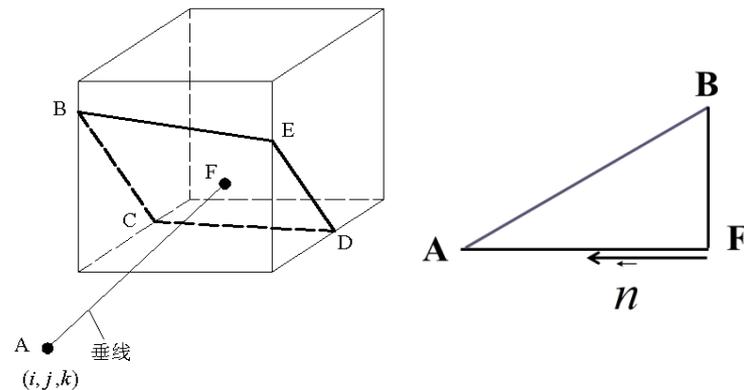


F点在BCDE相界面面外

为确定垂足F的坐标，首先需要计算垂线AF的距离：

$$AF = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|}$$

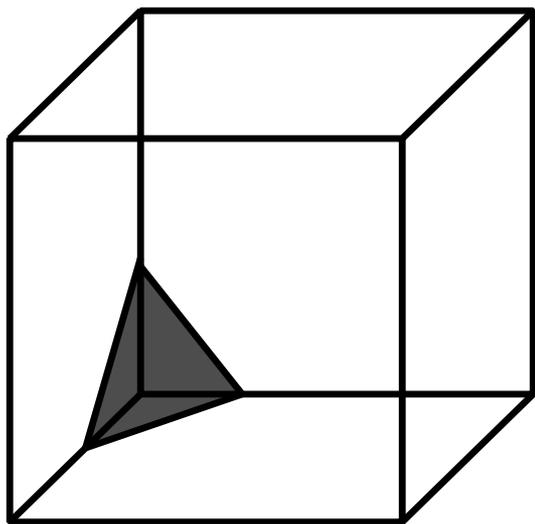
如果垂足F位于界面BCDE内，垂线AF就是节点A到界面BCDE的最小距离；如果垂足F位于界面BCDE外，首先需要分别计算节点A到界面各个边（线段BC，CD，DE，EB）的最小距离（计算方法如二维问题），然后比较这些最小距离，得出节点A到界面BCDE的最小距离 $d$ 。



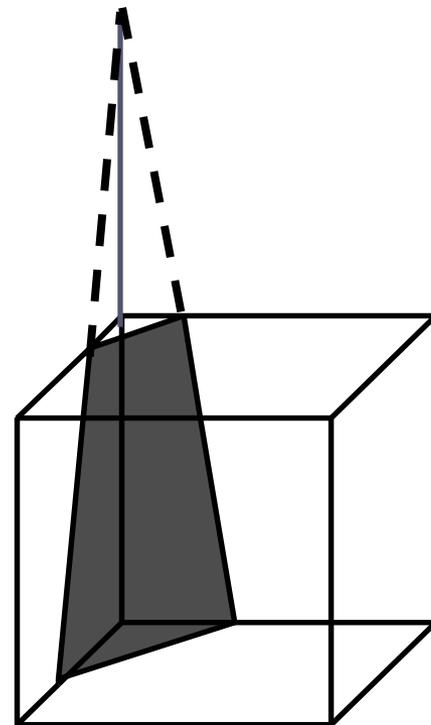
$$\phi_{i,j} = \begin{cases} -d & \text{if } C_{i,j} > 0.5 \\ 0 & \text{if } C_{i,j} = 0.5 \\ d & \text{if } C_{i,j} < 0.5 \end{cases}$$

### 4.8.3 VOSET从二维到三维的智慧推广---利用体积分数与界面位置之间的内在联系

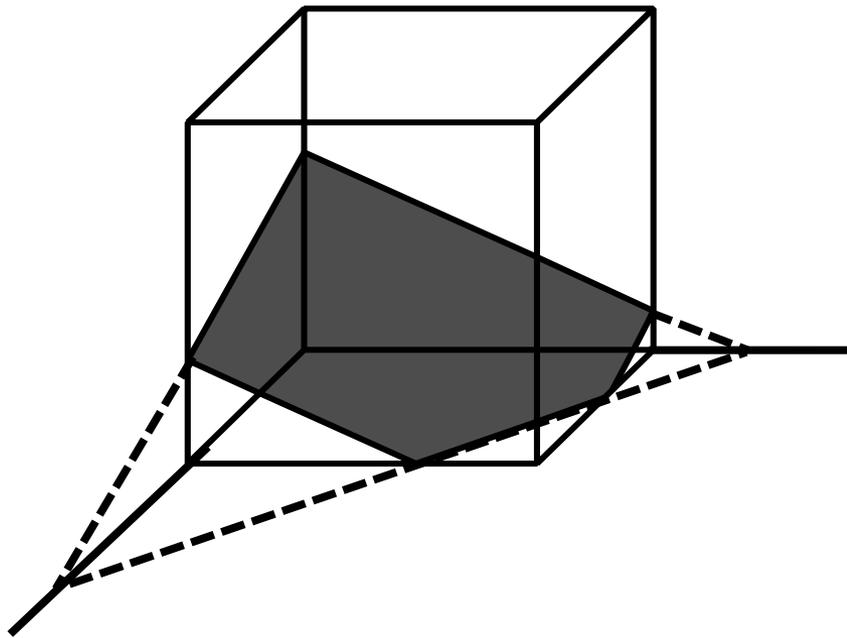
在二维中，界面与控制容积的二条边相交；在三维中，多边形的界面有什么对应的特点呢？



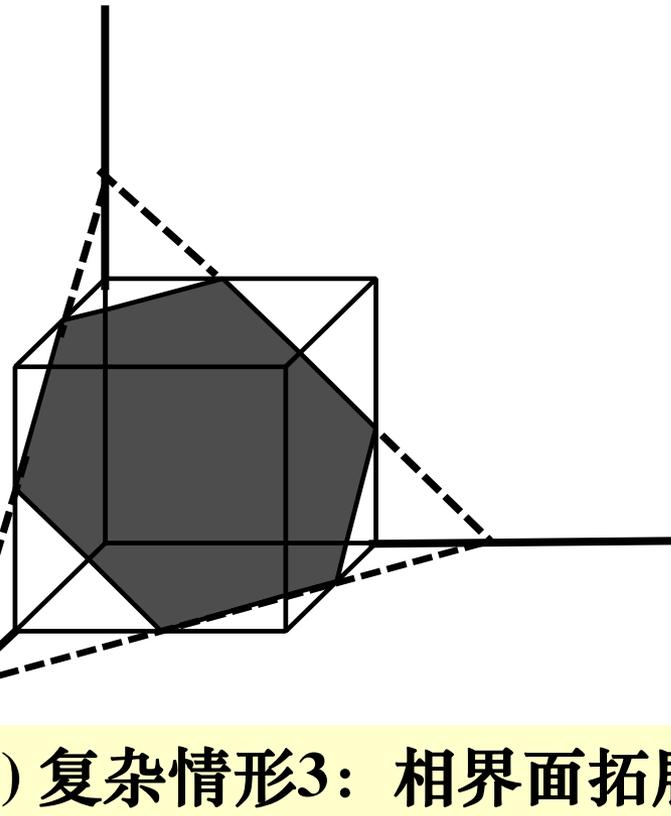
(1) 最简单情形：只要三条边上交点确定，界面位置就定了；



(2) 复杂情形1：界面拓展为三角形，只要拓展界面与控制容积一条延长边交点确定，界面位置就定；



(3) 复杂情形2：相界面拓展成三角形，也、和控制容积三条边相交，交点确定了相界面的位置；



(3) 复杂情形3：相界面拓展成三角形，也和控制容积三条边相交，交点确定了相界面的位置。

**三维相界面重构的关键是确定相界面（拓展面）与三个坐标轴的交点位置！**

# 1) 二维问题 界面直线与坐标轴交点的确定

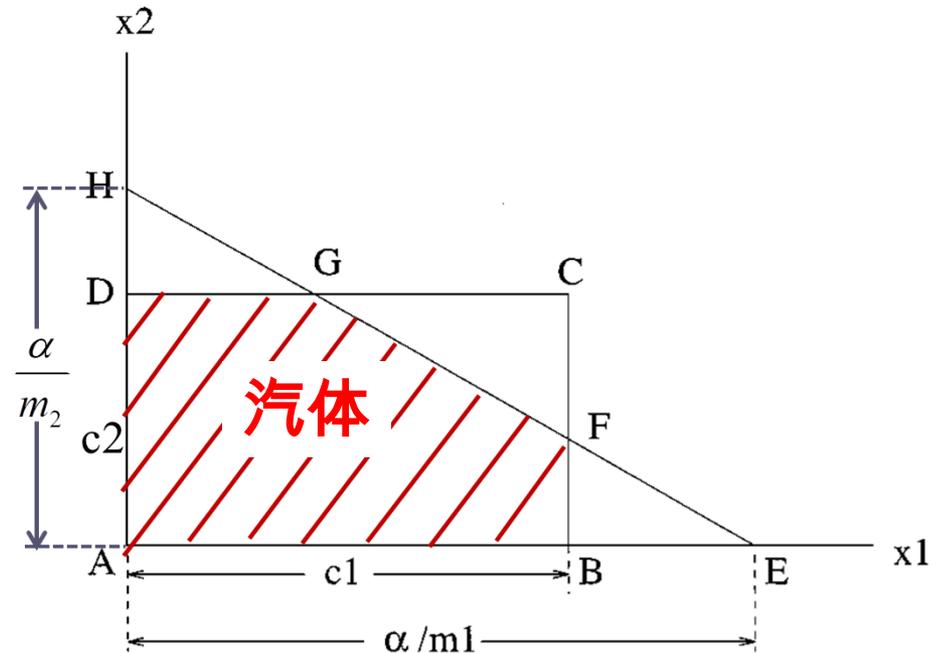
表示相界面位置的直线

HE可表示为：

$$m_1 x_1 + m_2 x_2 = \alpha$$

$m_1, m_2$ 表示直线HE的法向矢量的分量；显然

$$\overline{AE} = \alpha / m_1; \overline{AH} = \alpha / m_2$$



交点的位置取决于Alfa!

Alfa 与流体体积分数有关：

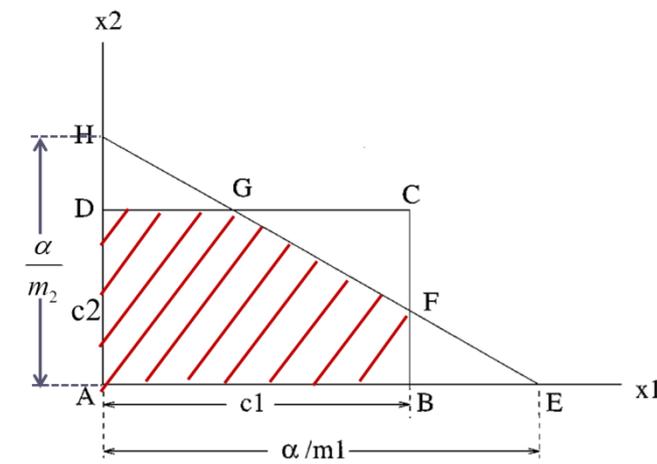
流体体积分数的面积ABFGD= 三角形AEH的面积- (三角形BEF的面积+三角形DGH的面积)

$$\text{三角形AEH的面积} = \alpha^2 / 2m_1m_2$$

### 三角形BEF及DGH与AEH相似:

$$\frac{\text{Area of } BEF}{\text{Area of } AEH} = \left( \frac{\alpha/m_1 - c_1}{\alpha/m_1} \right)^2 = \left( \frac{\alpha - m_1 c_1}{\alpha} \right)^2$$

$$\frac{\text{Area of } DGH}{\text{Area of } AEH} = \left( \frac{\alpha/m_2 - c_2}{\alpha/m_2} \right)^2 = \left( \frac{\alpha - c_2 m_2}{\alpha} \right)^2$$



### 流体体积分数面积ABFGD:

$$\text{Area} = \frac{\alpha^2}{2m_1 m_2} \left[ 1 - \underline{H(\alpha - m_1 c_1)} \left( \frac{\alpha - m_1 c_1}{\alpha} \right)^2 - \underline{H(\alpha - m_2 c_2)} \left( \frac{\alpha - m_2 c_2}{\alpha} \right)^2 \right]$$

$H(\dots)$  为Heaviside阶梯函数, 其定义为:

$$H(x) = 0, \text{ if } x < 0; = 1, \text{ if } x > 0$$

如果  $\alpha - m_1 c_1 < 0$ , i.e.,  $\alpha/m_1 < c_1$  E点在AB之内;

如果  $\alpha - m_2 c_2 < 0$ , i.e.,  $\alpha/m_2 < c_2$  H点在AD之内。

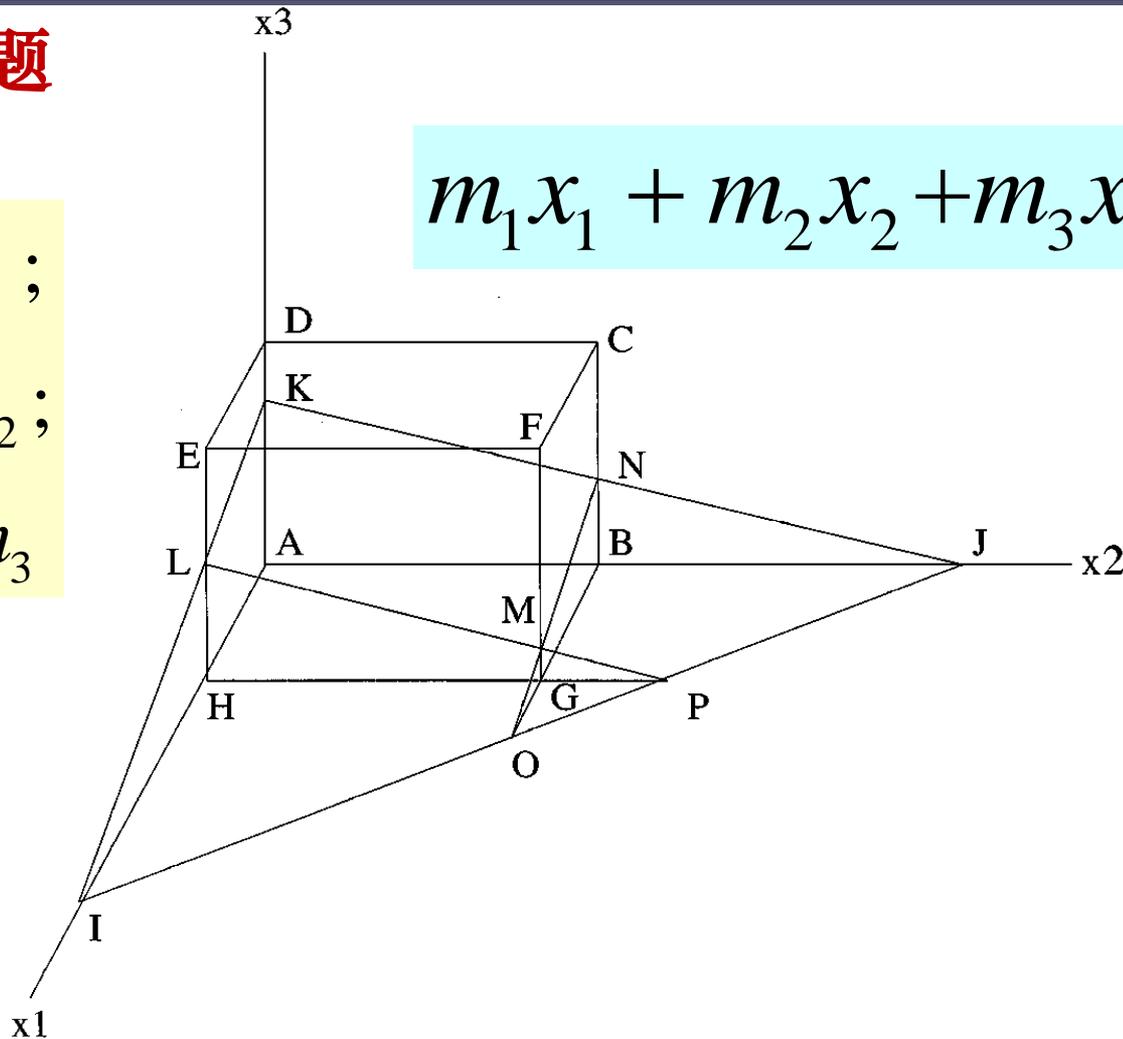
## 2) 三维问题

$$m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 = \alpha$$

$$\overline{AI} = \alpha/m_1;$$

$$\overline{AJ} = \alpha/m_2;$$

$$\overline{AK} = \alpha/m_3$$



设 $C_1, C_2, C_3$ 为三维控制容积三条边的长度。

定义  $\alpha_{\max} = m_1C_1 + m_2C_2 + m_3C_3$

体积函数与Alfa之间的关系为（Cube-cutting 函数）：

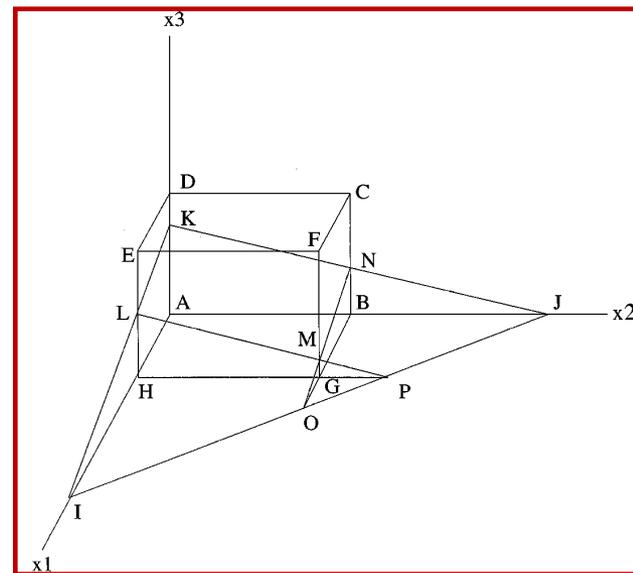
$$Volume(\alpha) = \frac{1}{6m_1m_2m_3} \left[ \alpha^3 - \sum_{j=1}^3 H(\alpha - m_j c_j) (\alpha - m_j c_j)^3 + \sum_{j=1}^3 H(\alpha - \alpha_{\max} + m_j c_j) (\alpha - \alpha_{\max} + m_j c_j)^3 \right]$$

(1)                      (2)                      (3)

$$H(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ 1 & (x \geq 0) \end{cases}$$

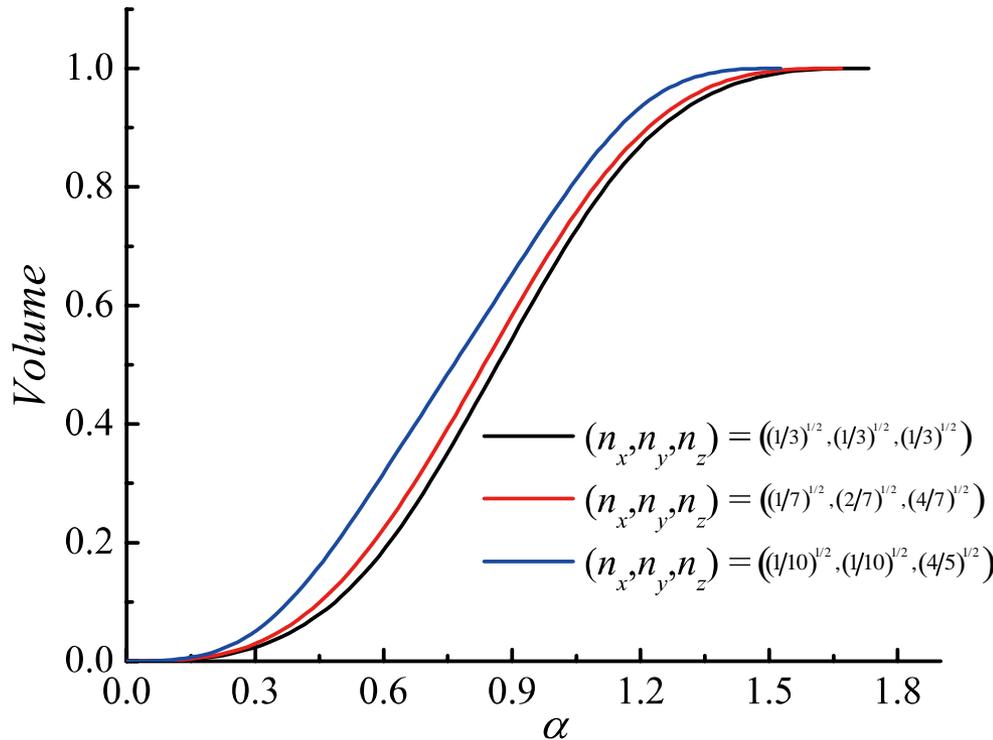
- (1) 项代表整个三角形的体积；
- (2) 项代表需要减去的域外三角形的体积；
- (3) 项代表需要补回来的域内体积。

界面重构的关键：**根据给定的体积分数 *Volume* 确定  $\alpha$**

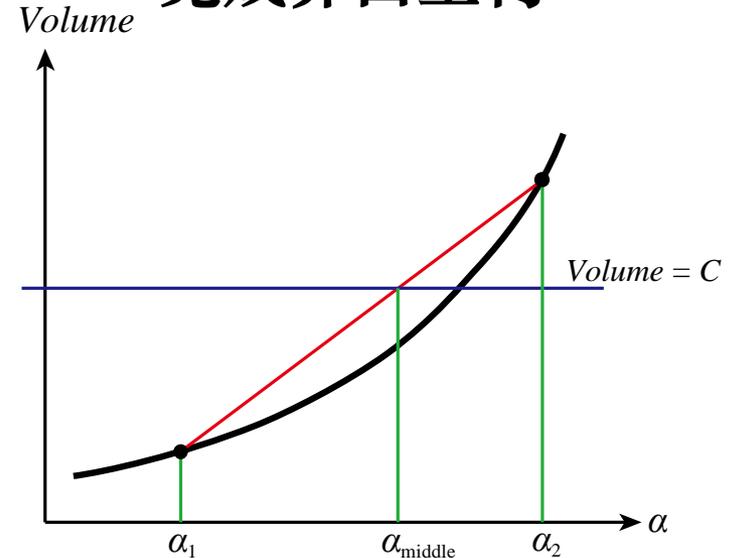


确定Alfa以后，相界面与三个坐标的交点就确定，相界面位置就唯一地确定下来了。**这种方法大大节省了重构工作量！**

# Cube-cutting函数的特点：光滑、单调增



用迭代求根法  
完成界面重构



任意一种三个分量的组合可以得出一条唯一的体积分数与Alfa的曲线；由体积分数确定Alfa，就完成了界面的重构

Kong Lin, Zhao-Hui Li, Dong-Liang Sun, Ya-Ling He, Wen-Quan Tao , A three-dimensional volume of fluid & level set (VOSET) method for incompressible two-phase flow, Computers & Fluids, 2015,118:293-304

推荐阅读

## 4.8.4 三维VOSET应用例子

### 1. 柱形坝溃塌问题

#### Conditions:

$$\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3 ; \rho_g = 1.25 \text{ kg/m}^3$$

$$\eta_l = 0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s} ; \eta_g = 1.8 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

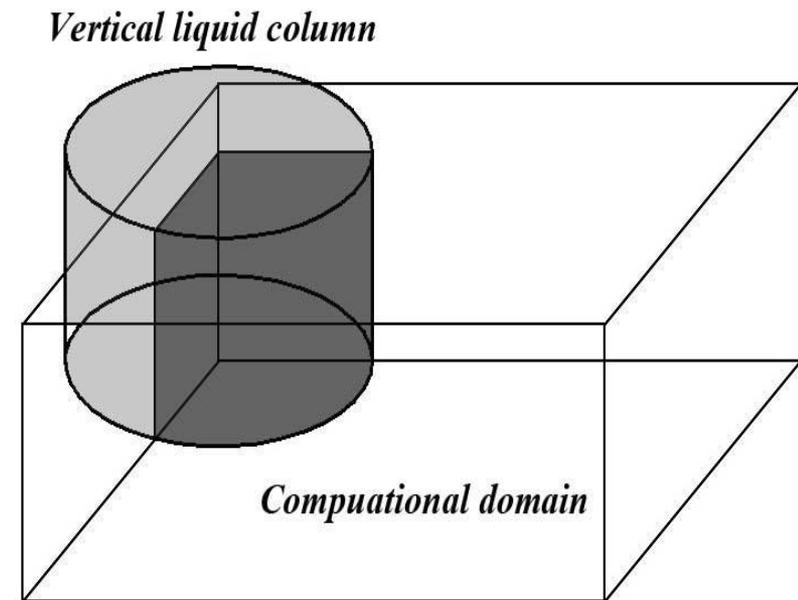
Coefficient of surface tension=  
0.072N/m

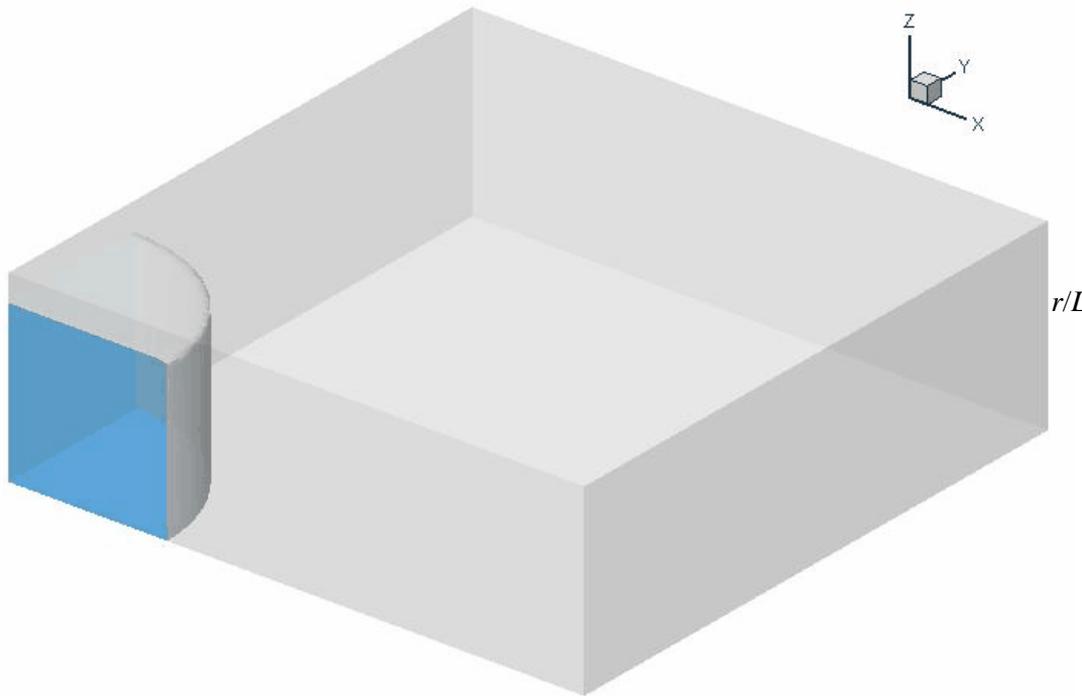
$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

Radius and height  $L=2.25 \text{ in}$

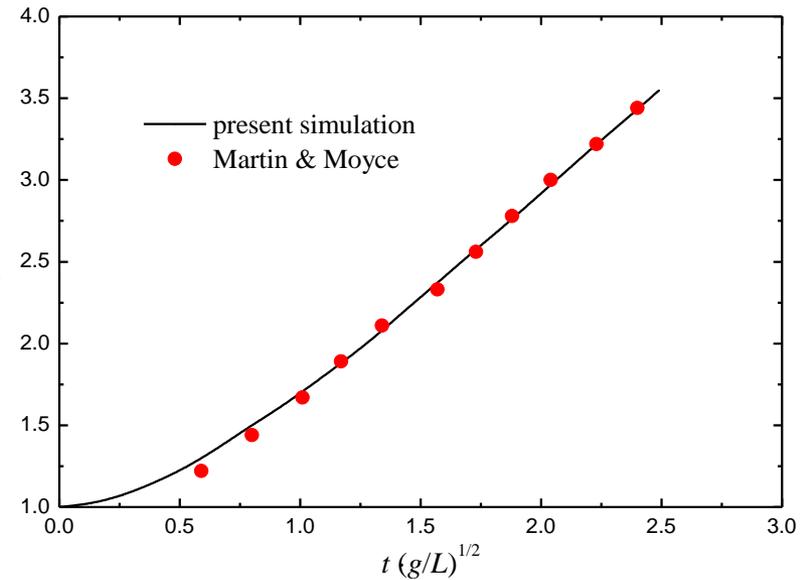
Domain:  $3.6L \times 3.6L \times 1.2L$

Grid:  $90 \times 90 \times 30$





Evolution process of interface



Base radius vs. time

## 2. 微通道内的核态沸腾

### Conditions

Channel length:  $1000 \mu$  Channel width and height:  $200 \mu$

Water; Contact angle: 40 degrees;  $u_0 = 0.146 \text{ m/s}$ ;  $T_w - T_{\text{sat}} = 5\text{K}$

Initial position of bubbles

Case 1



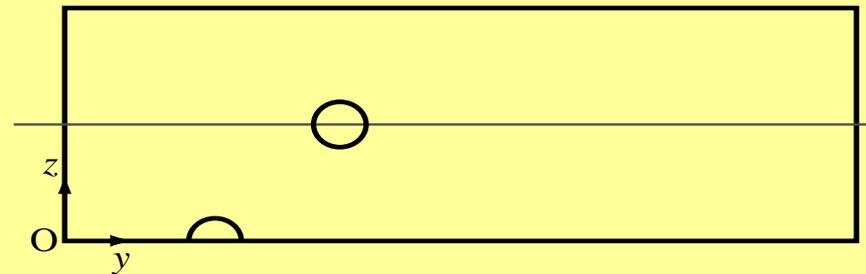
Case 2



Case 3

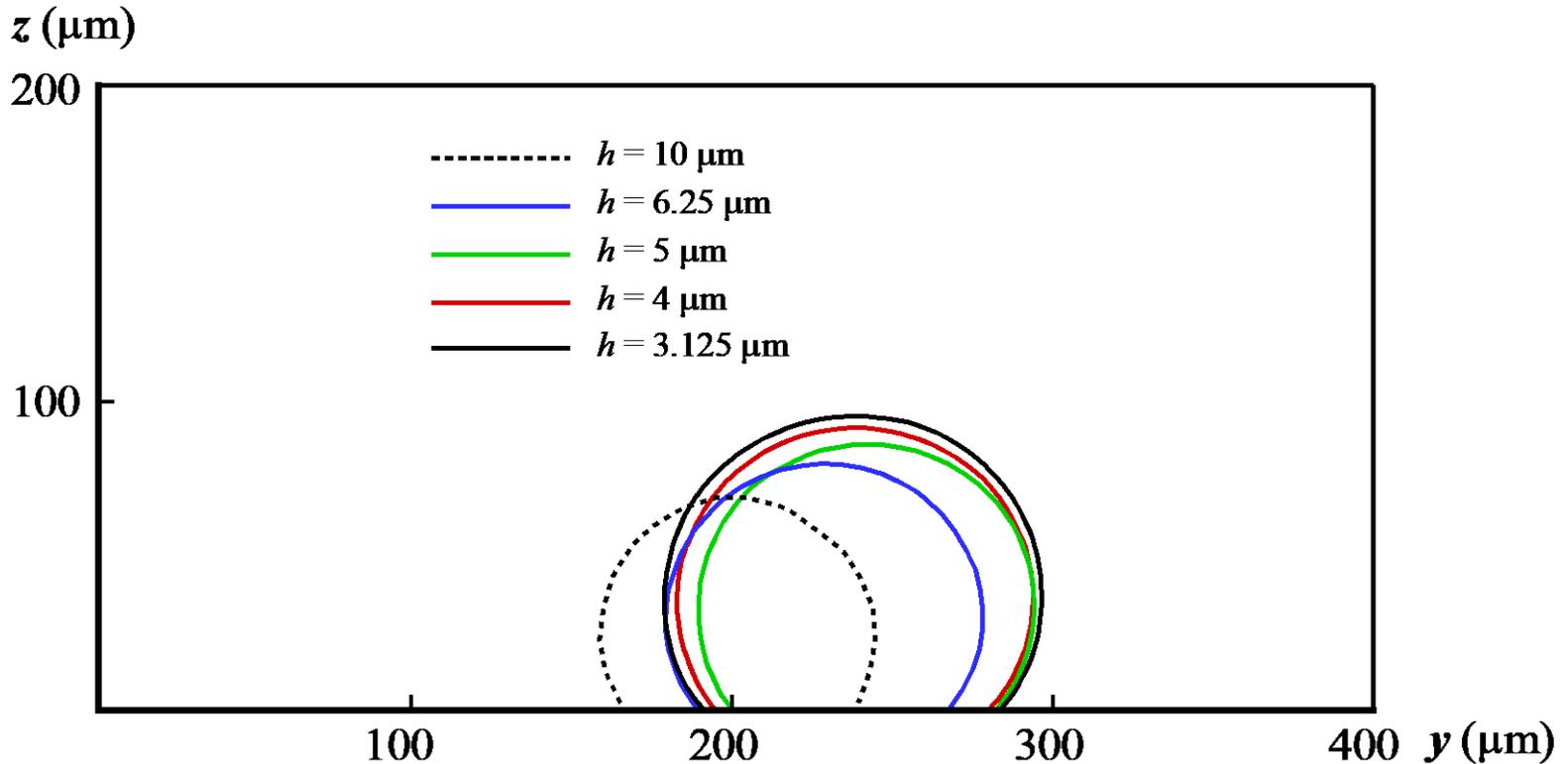


Case 4



# (1) Grid-independence test

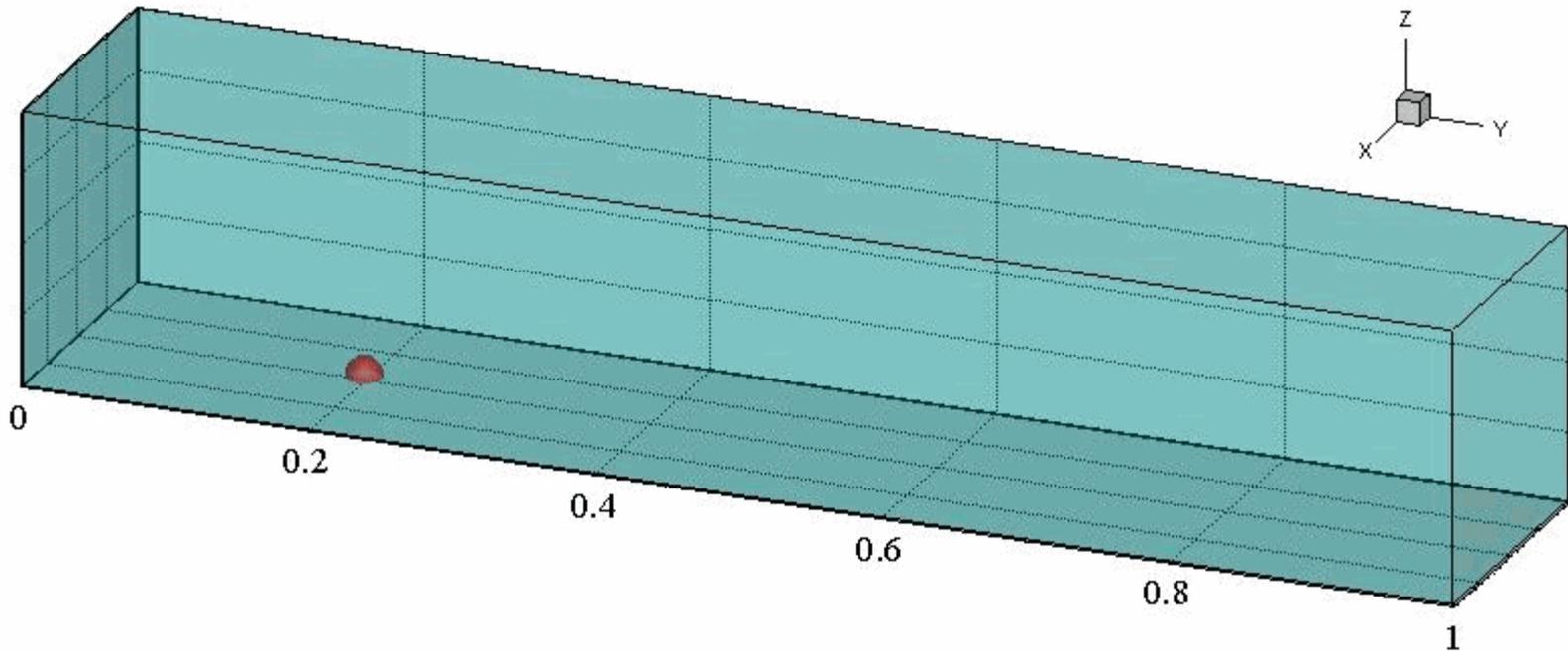
Initial condition: Steady solution of single phase flow



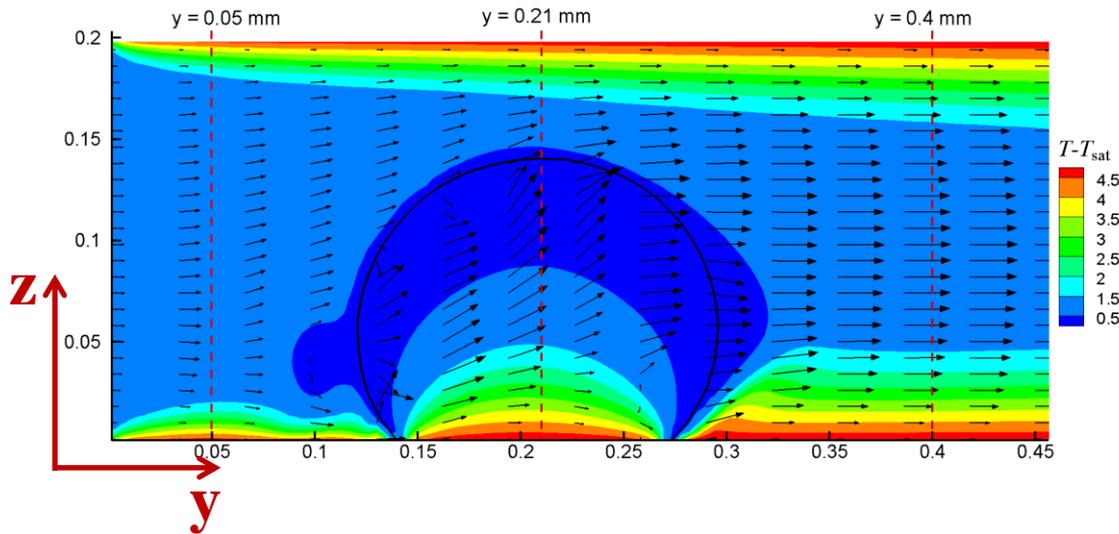
Single bubble, interface at 0.2 ms .

## (2) Numerical results of bubble evolution

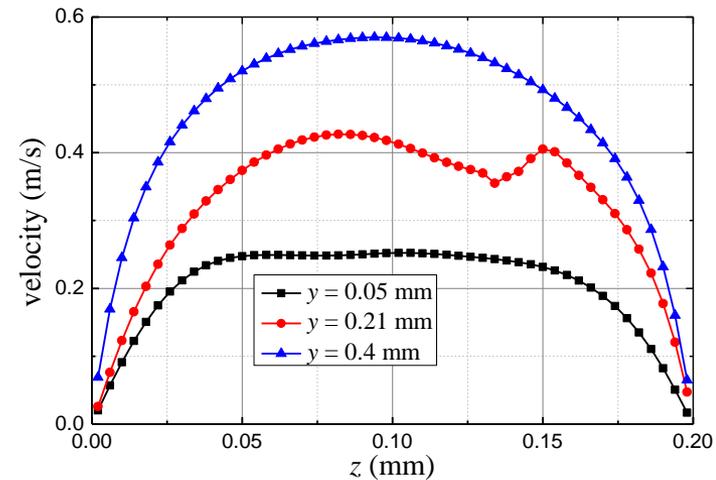
### (1) Case 1



# Effects of bubble on flow field and temperature

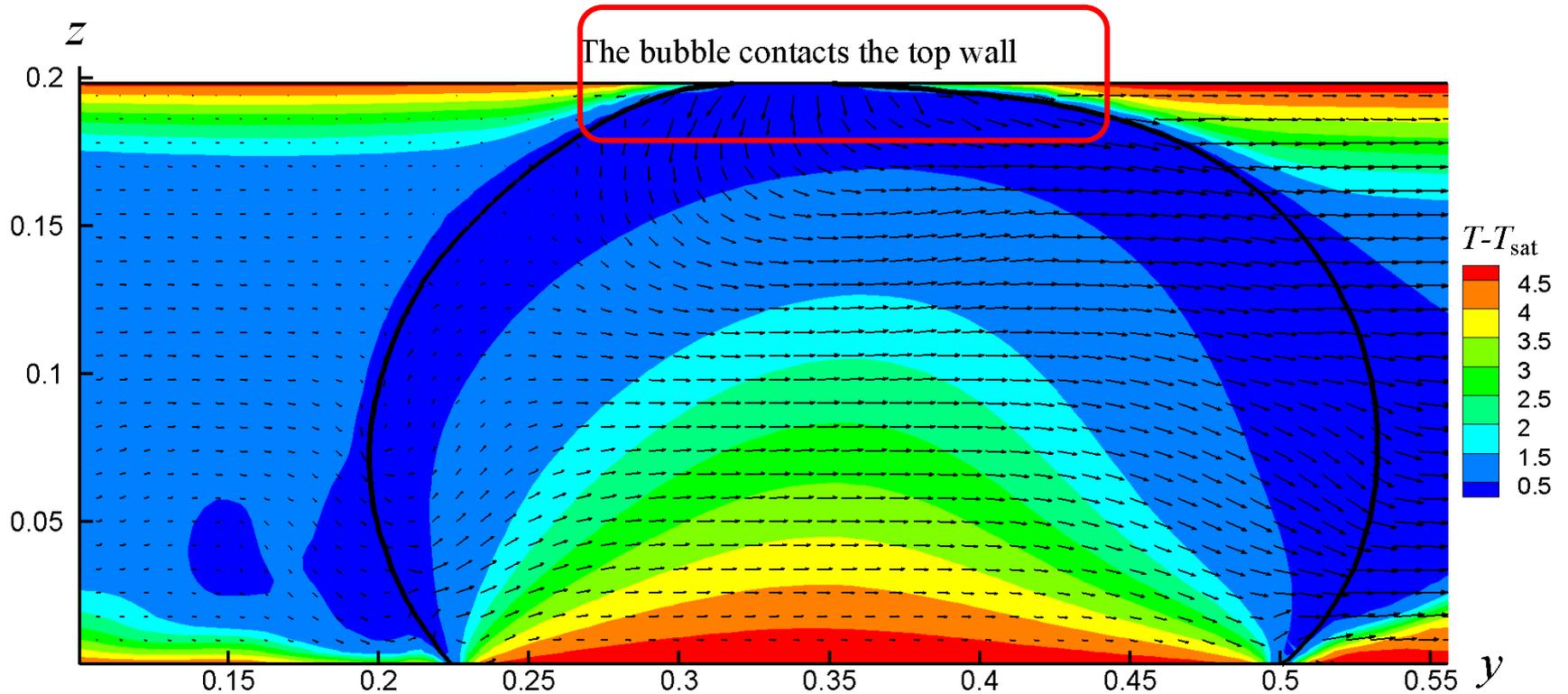


Temperature and velocity at 0.5 ms

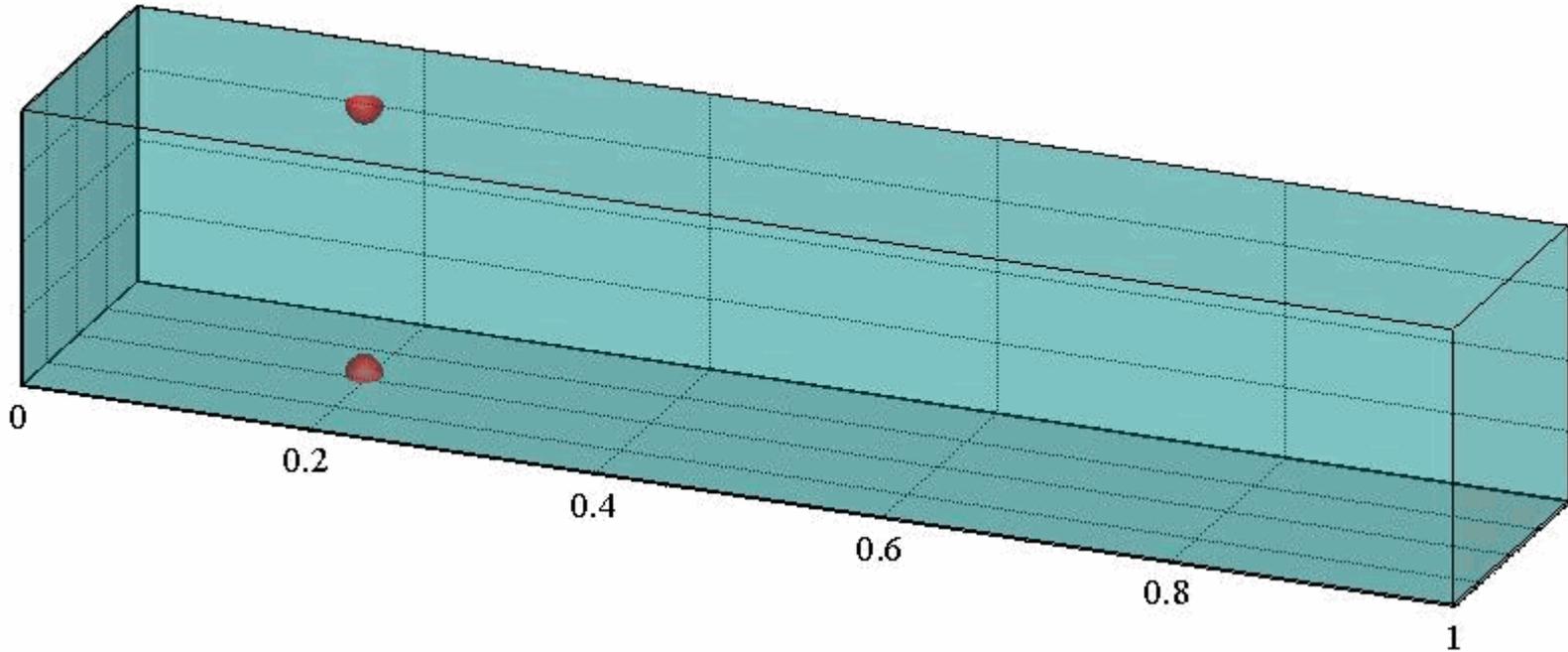


Axial velocity at three positions

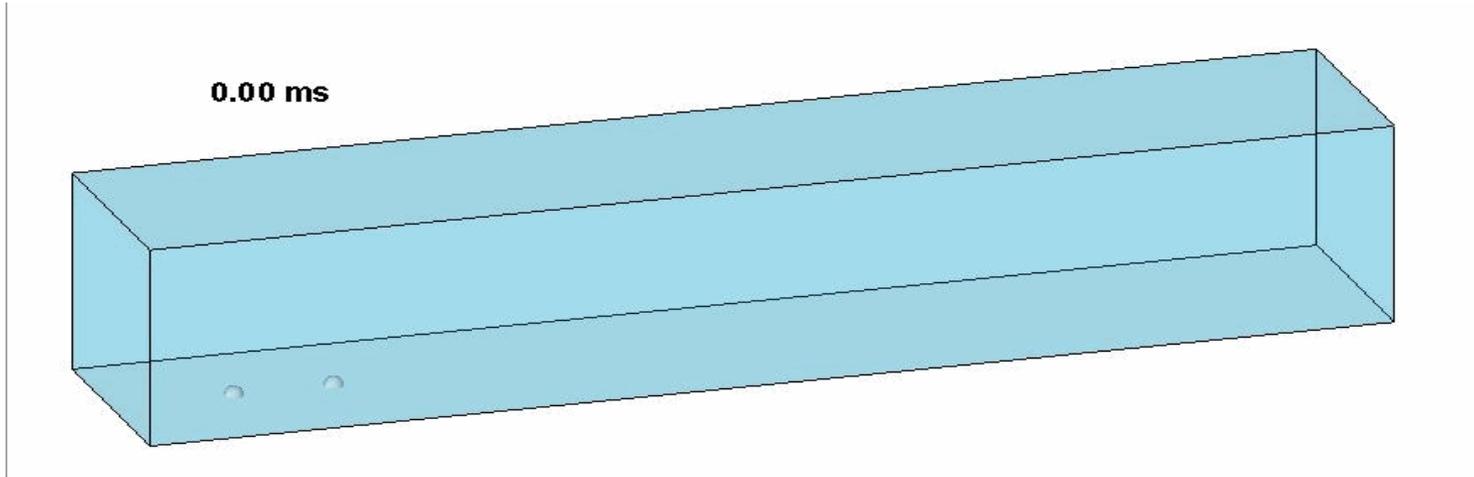
# Temperature and velocity at 0.85 ms



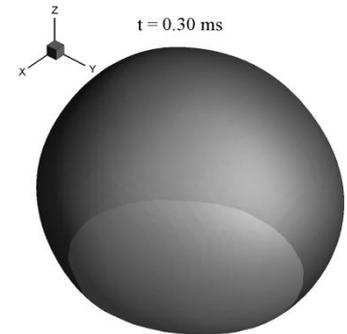
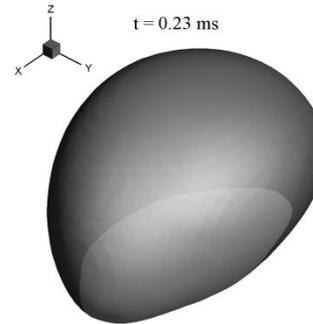
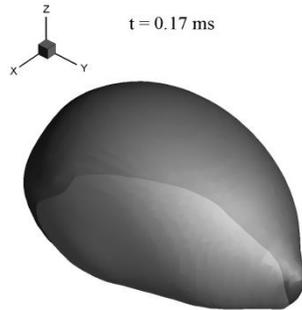
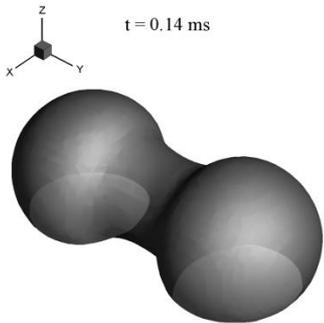
# Case 2



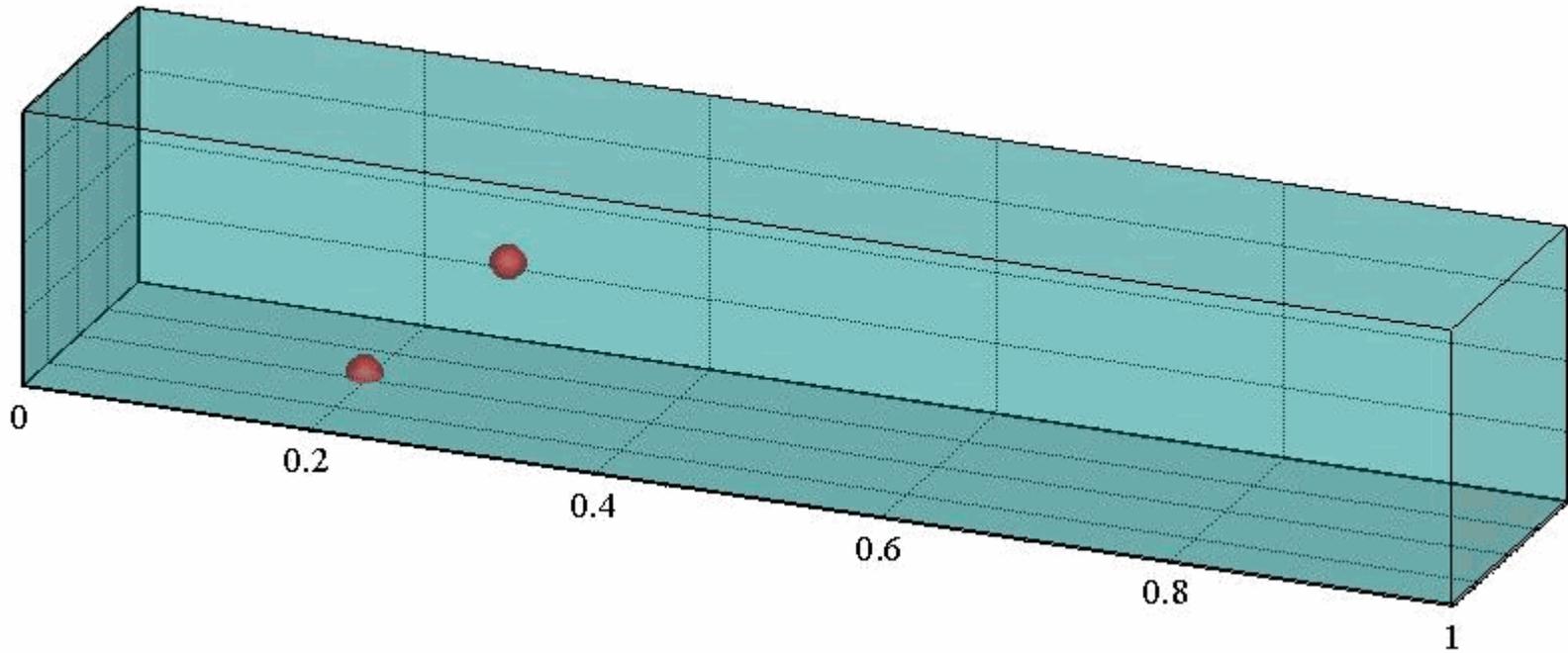
# Case 3



## Merging process of bubbles

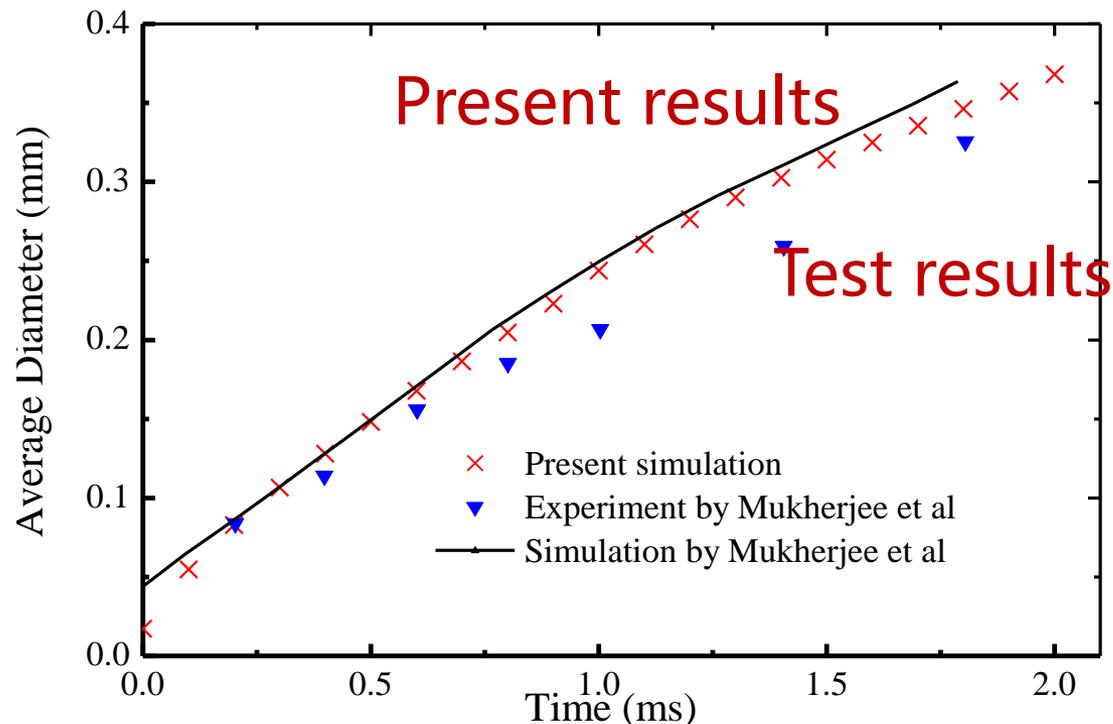


# Case 4

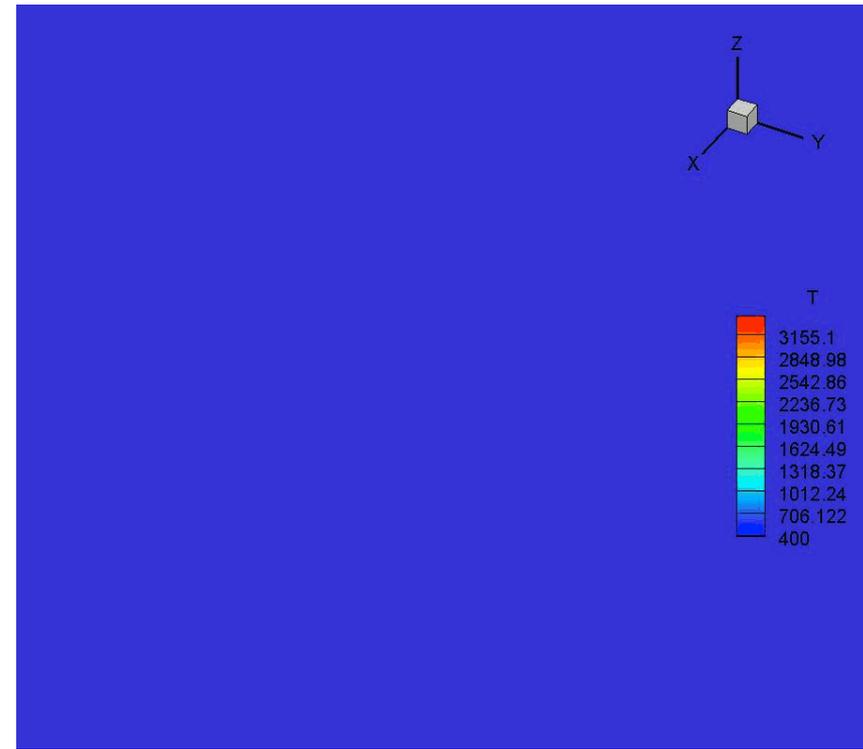
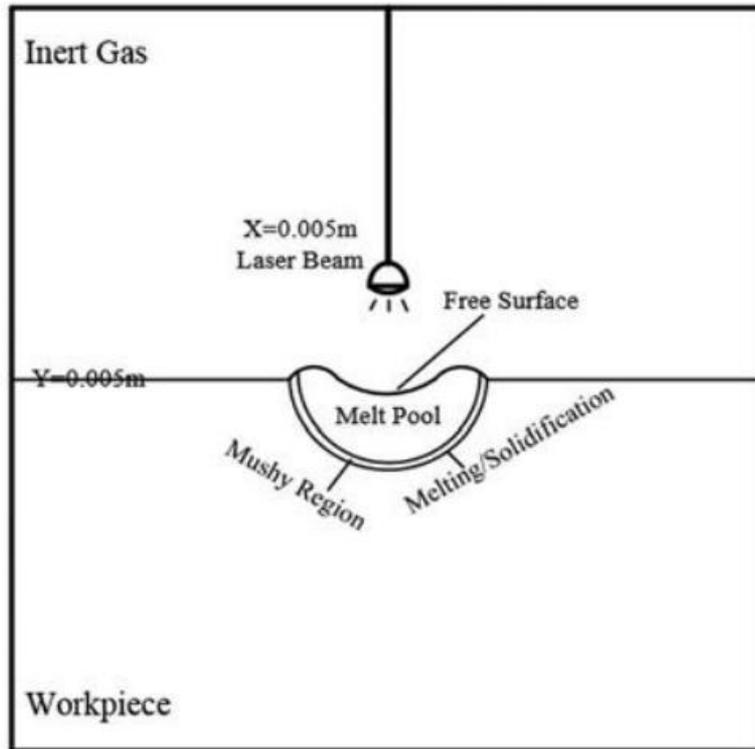


### (3) Comparison with test results

- (a) 2K liquid supper heat for initial and inlet fluid;
- (b) Wall supper heat : 2.1 K;
- (c) Contact angle: 30°;
- (d) Bottom wall-adiabatic; Width of channel: 229 μm



### 3. 激光作用下的金属熔池模拟

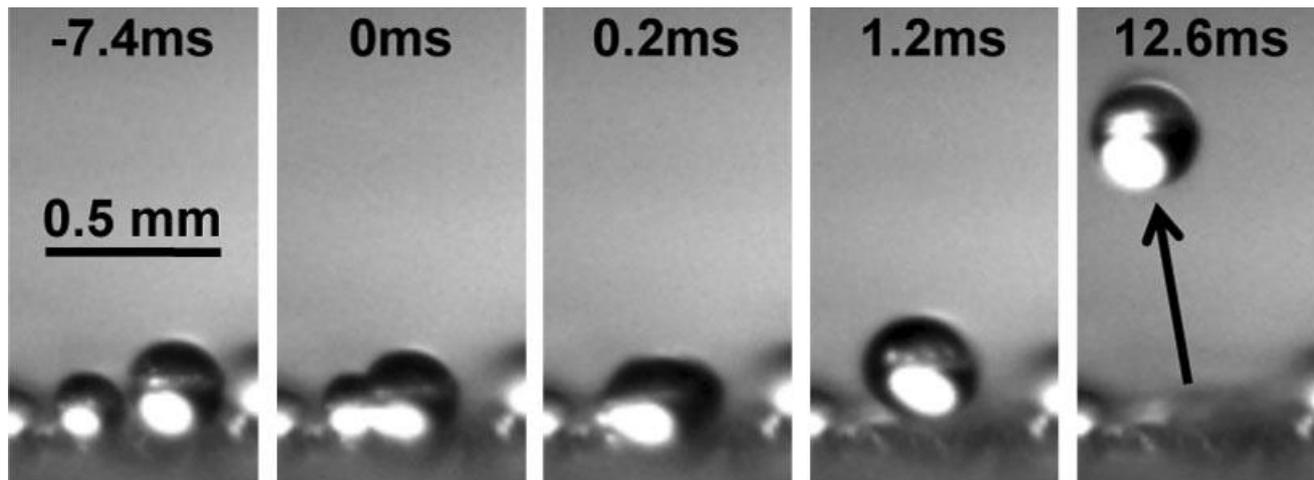


**Q. Bian, R. Dai, X Tang, Q Liu, Q Wang, M Zeng, Investigation on the effect of the thermal dynamic, evaporation, and alternative material properties in a laser melt pool with a developed 2D model based on the VOSET method, Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, 2017, vol. 71: 1104-1122**

## 4. 合并引起的液滴弹跳

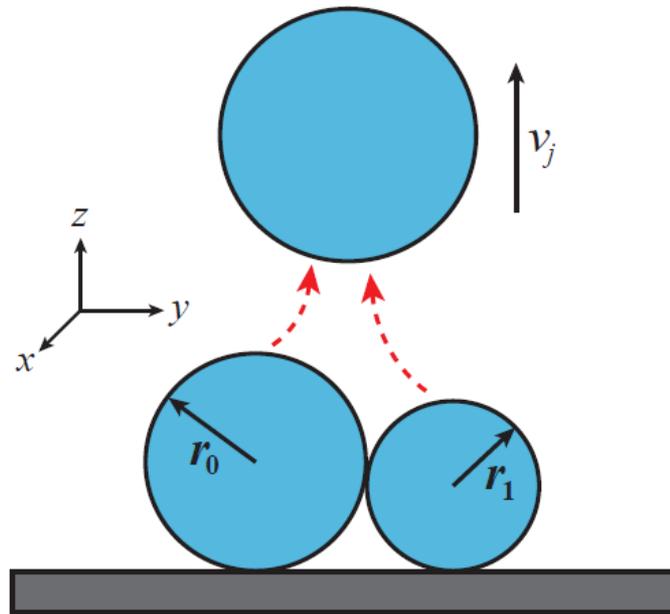
### 4.1 Physical phenomenon

When two micro-scale water drops coalesce on a superhydrophobic surface, the merged drop will jump spontaneously without any external force.



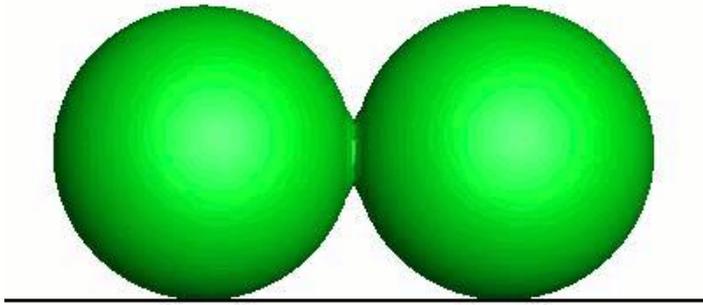
J. B. Boreyko and C. H. Chen, Self-propelled dropwise condensate on superhydrophobic surfaces, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 103, no. 184501, 2009.

3D VOSET approach was used to simulate the processes of coalescence and jumping of **symmetric** ( $r_0 = r_1$ ) coalescence and **asymmetric** ( $r_0 \neq r_1$ ) coalescence.

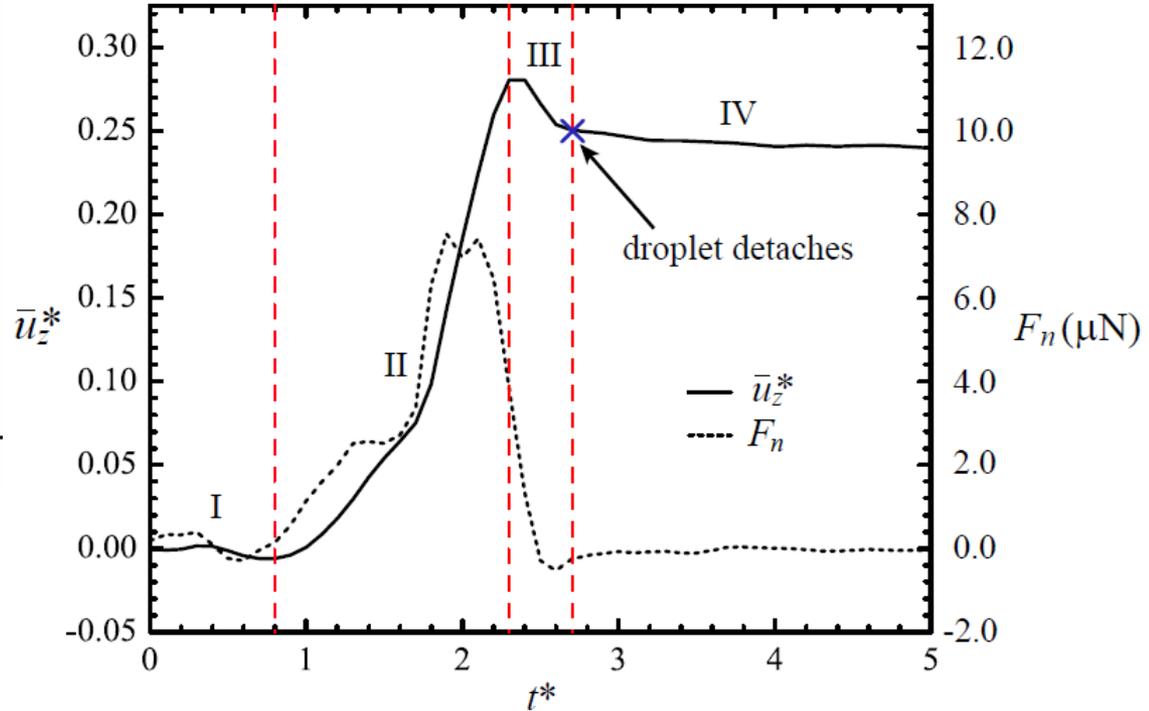


Contact angle of  $180^\circ$ ; Properties of liquid water at  $100^\circ\text{C}$ ;

# 4.2 Symmetric coalescence



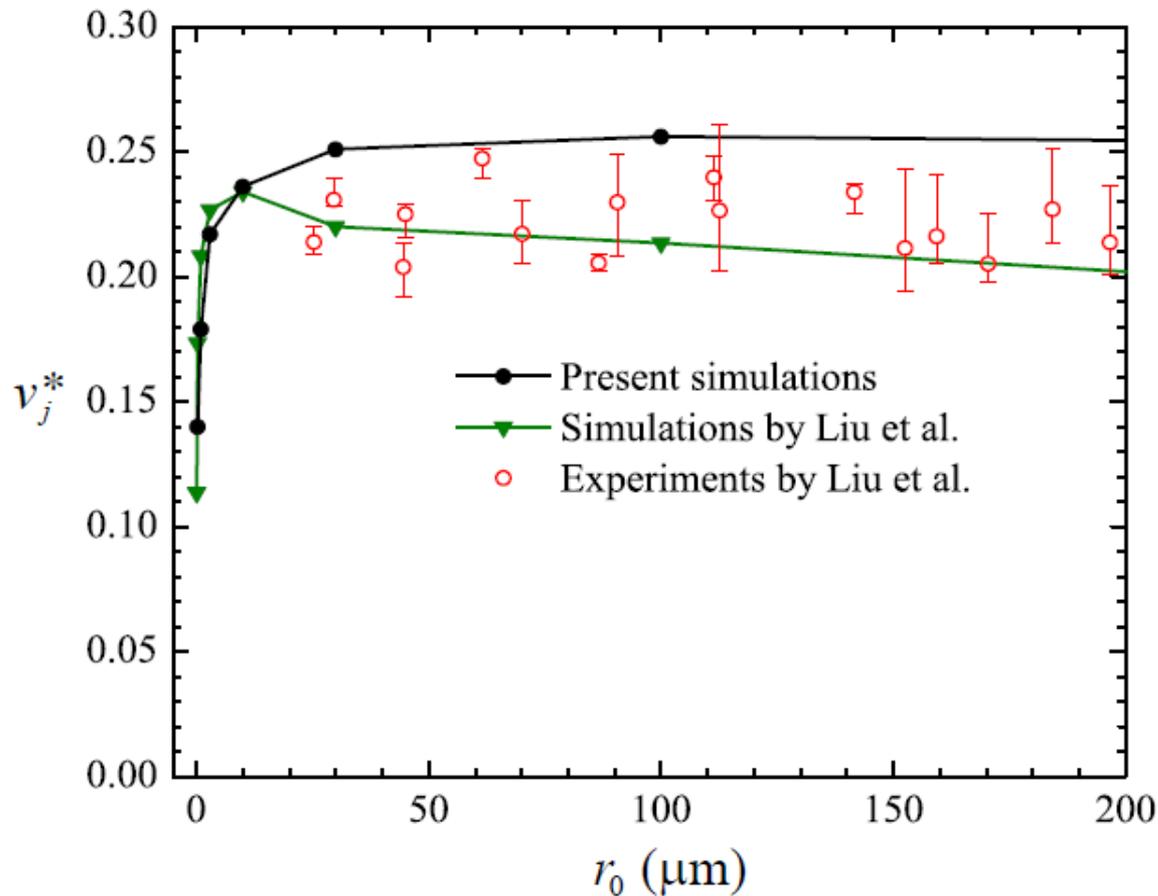
$$r_1 = r_0, v_j^* = 0.251$$



Lin K. et al, Paper to be submitted

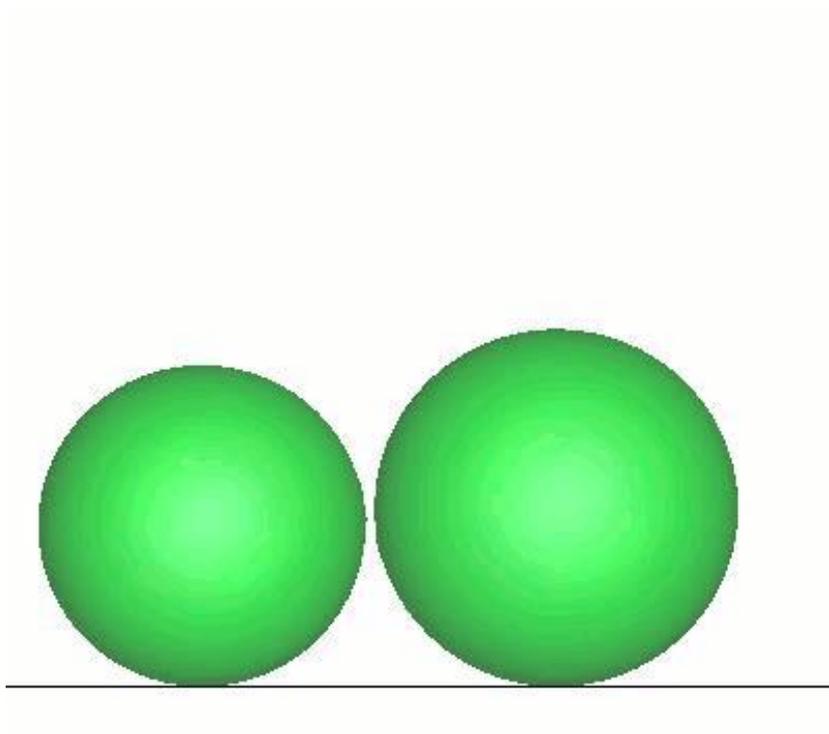


# Dimensionless jumping velocity at varying drop sizes

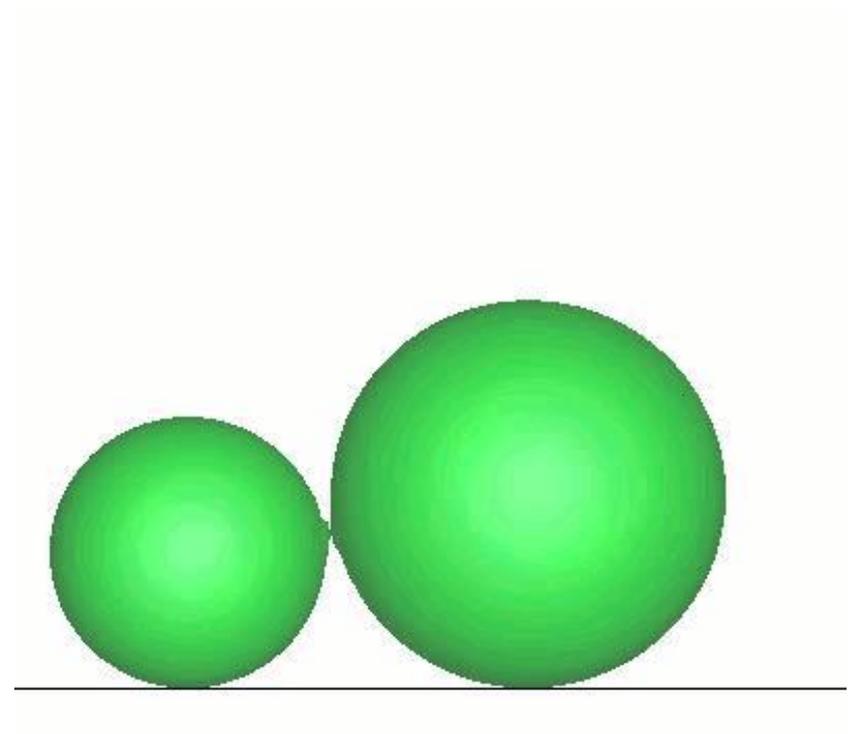


F. Liu, G. Ghigliotti, J. J. Feng, and C. H. Chen, "Numerical simulations of self-propelled jumping upon drop coalescence on non-wetting surfaces," *J. Fluid Mech.*, vol. 752, pp. 39-65, 2014.

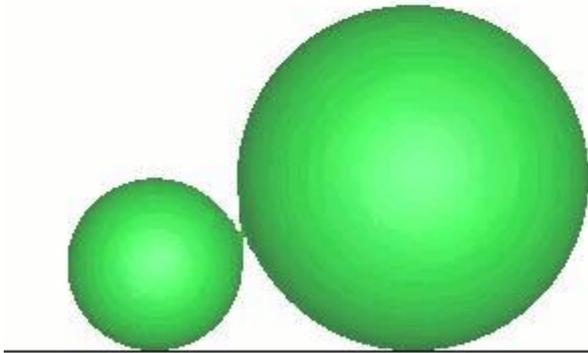
## 4.3 Asymmetric coalescence



$$r_1/r_0 = 0.9$$
$$v_j^* = 0.241$$

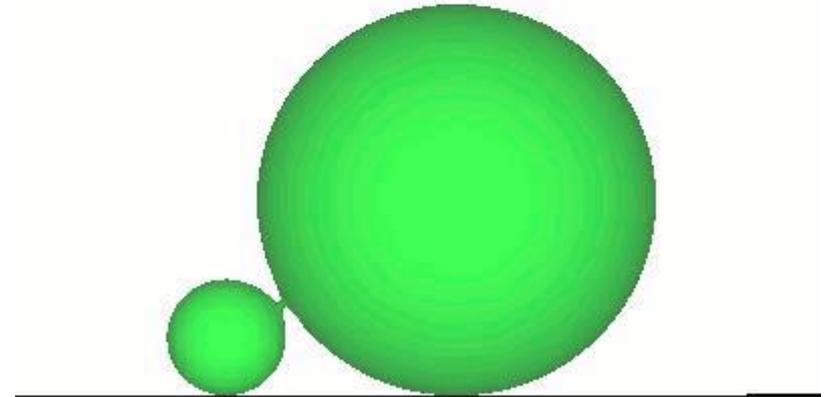


$$r_1/r_0 = 0.7$$
$$v_j^* = 0.148$$



$$r_1/r_0 = 0.9$$

$$v_j^* = 0.062$$

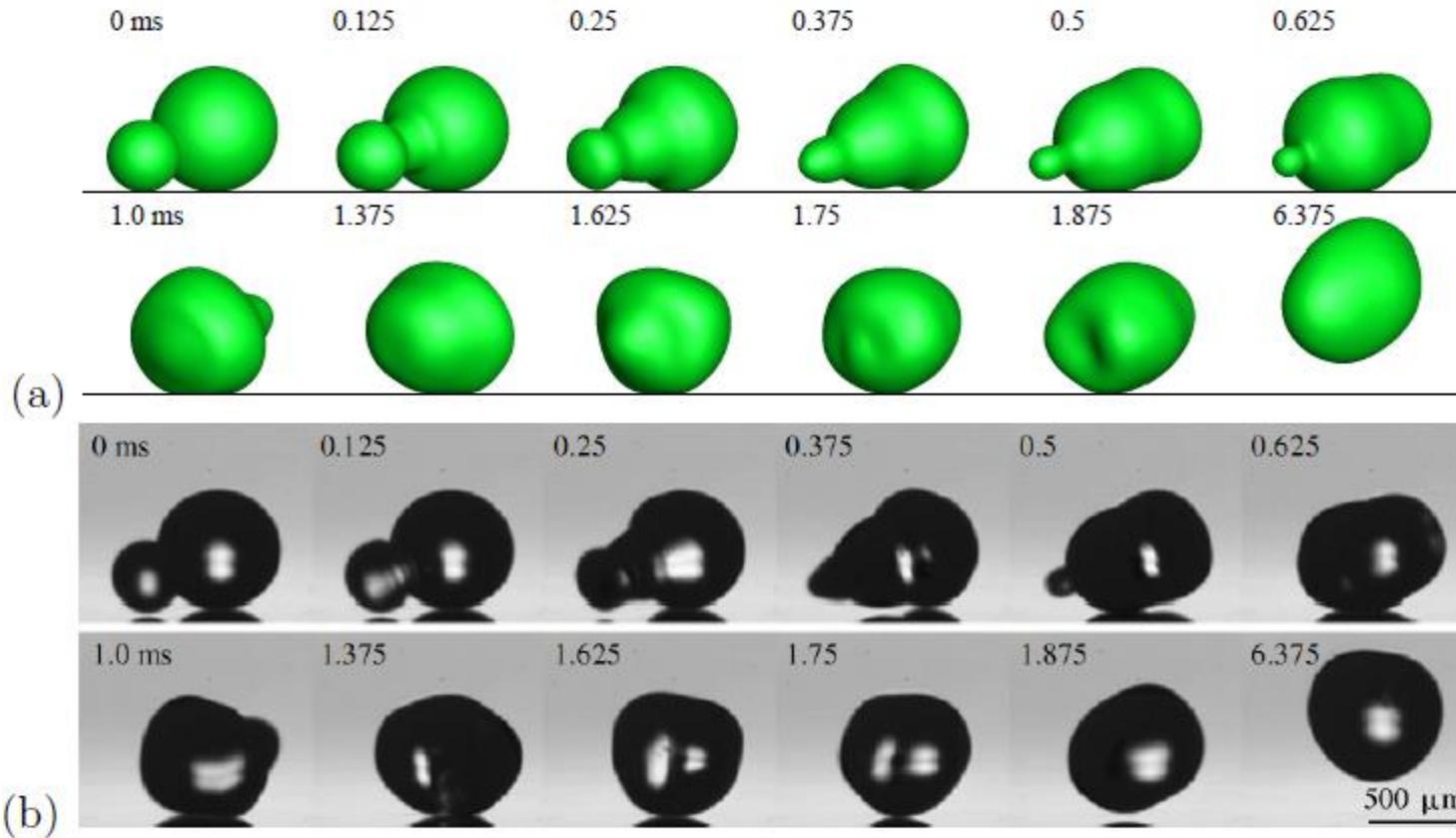


$$r_1/r_0 = 0.3$$

$$v_j^* = 0.00957$$

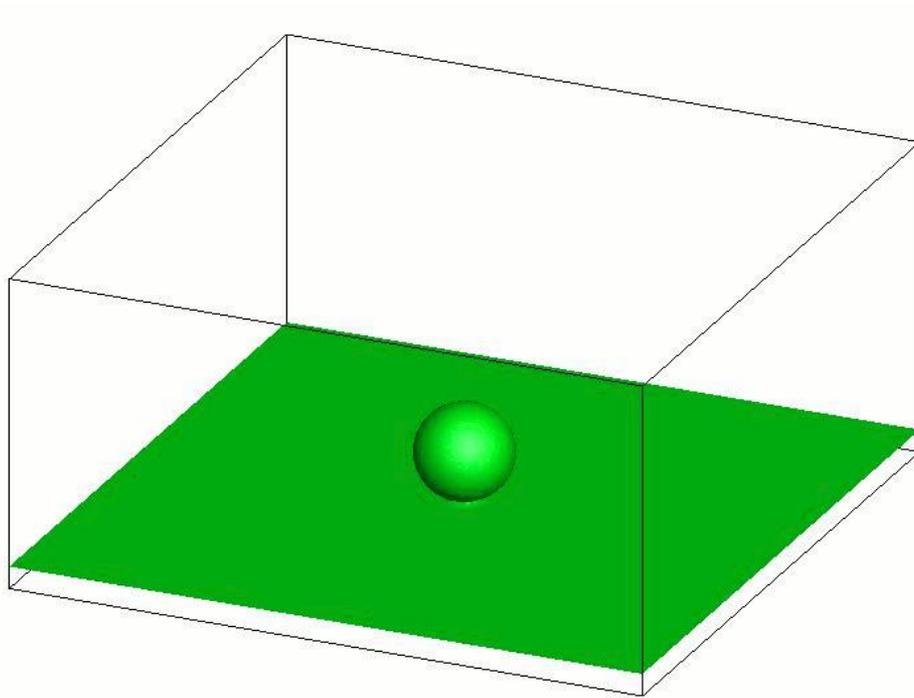
Such jumping motion results from the surface energy released upon drop coalescence and can be used to enhance condensation heat transfer.

## 4.4 Comparison with experiments



F. Liu, G. Ghigliotti, J. J. Feng, and C. H. Chen, Self-propelled jumping upon drop coalescence on Leidenfrost surfaces," J. Fluid Mech., vol. 752, pp. 22-38, 2014.

## 5. 液滴冲击液体表面



Lin K. et al, Paper to be submitted

## 4.8.5 国内外学术界的评价与应用的例子

### 1. 韩国科学院/工程院两院院士Na教授评价



ELSEVIER

 Contents lists available at [SciVerse ScienceDirect](https://www.sciencedirect.com)

# Applied Surface Science

 journal homepage: [www.elsevier.com/locate/apsusc](http://www.elsevier.com/locate/apsusc)


## Three-dimensional thermal simulation of nanosecond laser ablation for semitransparent material



Junsu Ahn<sup>1</sup>, Suck-Joo Na\*

*Department of Mechanical Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology, 291 Daehak-ro, Yuseong-gu, Daejeon 305-701, Republic of Korea*

prime advantage of the VOF method over the LS method is its accuracy of the mass calculation, which is important to estimate the amount of material removal in the numerical simulation of laser material processing. The LS method gives smoother representation of the free surface, which is indispensable for the calculation of the reflected/refracted ray direction. Because the VOF and the LS methods are complementary to each other, some methods that couple them have been suggested [9–12]. However, they are complicated because both the LS advection equation and VOF advection equation need to be solved together. Sun and Tao [13] suggested a simpler method in which only the VOF advection equation needs to be solved. The LS function which is needed for the free surface reconstruction is calculated by geometric operation of the volume fraction data of VOF.

LS reconstruction can be achieved by a proper calculation of the value of the signed distance function. The idea of Sun and Tao [13] is similar to that of the present study, but the main difference is the location at which the values of the signed distance function are calculated and stored; it is the center of the cell in Sun and Tao's work, but the node in the present work. This is because the nodal value is more readily applicable to the ray/surface intersection calculation in a cell. The details of LS reconstruction are described in the following sections.

- [13] [D.L. Sun, W.Q. Tao, A coupled volume-of-fluid and level set \(VOSET\) method for computing incompressible two-phase flows, International Journal of Heat and Mass Transfer 53 \(2010\) 645–655.](#)

2. 爱尔兰Dublin City University的Albadawi评价认为“许多复合方法需要同时求解LS和VOF传输方程，但孙和陶提出了一种复合方法VOSET该方法只需求解VOF传输方程，而LS函数通过VOF函数的几何构建获得”。

International Journal of Multiphase Flow 53 (2013) 11–28



Contents lists available at SciVerse ScienceDirect

International Journal of Multiphase Flow

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/ijmulflow](http://www.elsevier.com/locate/ijmulflow)



## Influence of surface tension implementation in Volume of Fluid and coupled Volume of Fluid with Level Set methods for bubble growth and detachment

A. Albadawi<sup>a,\*</sup>, D.B. Donoghue<sup>b</sup>, A.J. Robinson<sup>b</sup>, D.B. Murray<sup>b</sup>, Y.M.C. Delauré<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup>School of Mechanical and Manufacturing Engineering, Dublin City University, Glasnevin, Dublin, Ireland

<sup>b</sup>Department of Mechanical and Manufacturing Engineering, Trinity College Dublin, Ireland

2002) or an analytical solution (Ménard et al., 2007). Although most coupling models solve both the LS and the VOF advection equations (Sussman and Puckett, 2000; Son and Hur, 2002), Sun and Tao (2010) have proposed a coupled method which relies on the solution of the VOF advection equation with geometrical reconstruction of the LS function from the VOF function. Kunkel-

Sun, D., Tao, W., 2010. A coupled volume-of-fluid and level set (voset) method for computing incompressible two-phase flows. Int. J. Heat Mass Transfer 53, 645–655.

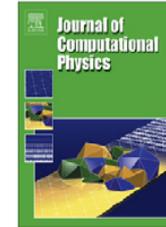
### 3. 我国台湾核能研究所的Chiu研究员评价认为“提出的VOSET方法可用于解决由于VOF和Level Set方法引起的问题”，同时采用VOSET方法的计算结果验证了该论文计算结果的正确性和精确性。



Contents lists available at ScienceDirect

Journal of Computational Physics

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/jcp](http://www.elsevier.com/locate/jcp)



#### A conservative phase field method for solving incompressible two-phase flows

Pao-Hsiung Chiu\*, Yan-Ting Lin

Nuclear Engineering Division, Institute of Nuclear Energy Research, Taoyuan County, Taiwan, Republic of China

ume conservation, because of re-initialization error and errors from advection calculation such as conservation error. The CLSVOF (coupled level set and volume-of-fluid) method [7], THINC (tangent of hyperbola for interface capturing) method [8,9], VOSET (volume-of-fluid and level set) method [10], and conservative level set method [11] have been proposed to resolve the problems arisen from the VOF or/and level set method. These schemes can obtain the mass-conserving and accurate solutions. However, the implementation of these schemes are still more complicated than the original VOF or level set methods.

[10] D.L. Sun, W.Q. Tao, A coupled volume-of-fluid and level set (VOSET) method for computing incompressible two-phase flows, Int. J. Heat Mass Transfer 53 (2010) 645–655.

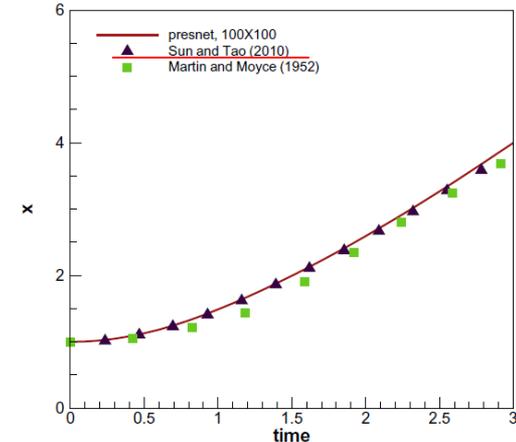
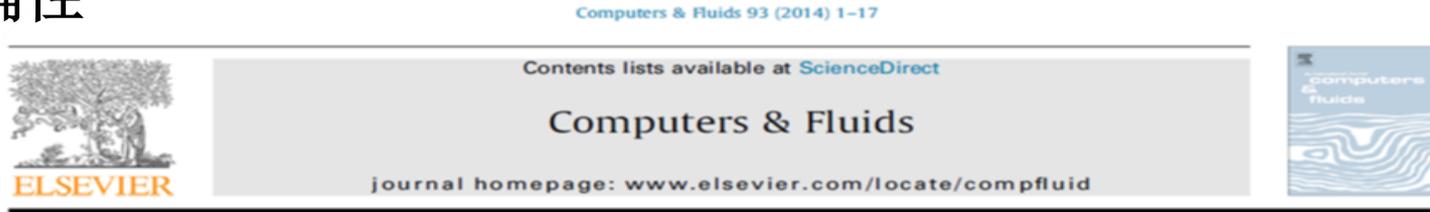


Fig. 7. Calculated results for the dam-break problem. Comparisons of the predicted front locations with the experimental data [32] and the numerical results [10].

## 4. 美国University of Rhode Island的Amir Banari教授对比了LBM方法与VOSET方法的计算结果，验证了VOSET方法的精确性



### Efficient GPGPU implementation of a lattice Boltzmann model for multiphase flows with high density ratios



Amir Banari<sup>a</sup>, Christian Janßen<sup>a,b</sup>, Stephan T. Grilli<sup>a,\*</sup>, Manfred Krafczyk<sup>c</sup>

<sup>a</sup>Department of Ocean Engineering, University of Rhode Island, USA

<sup>b</sup>Inst. M-8, Fluid Dynamics and Ship Theory, Hamburg University of Technology, Germany

<sup>c</sup>Institute for Computational Modeling in Civil Engineering, Technische Universität Braunschweig, Germany

eter,  $g$  is the gravitational acceleration, and  $\nu_1$  and  $\mu_1$  are the kinematic and dynamic viscosities of the heavier fluid, respectively. The terminal shapes of individual rising bubbles were experimentally observed for a range of Reynolds and Bond numbers [31], and can be generally regrouped into the following cap shape regimes: (a) spherical, (b) ellipsoidal, and (c) curved ellipsoidal. In the spherical regime, for small  $Bo$ , surface tension is dominant. The large surface tension force prevents the deformation of the bubble under inertia and viscous forces; consequently, the shape of the bubble remains (nearly) spherical during its rise. When increasing the Reynolds and Bond numbers, the contribution of surface tension gradually becomes less important as compared to inertia, and the terminal shape of the bubble becomes ellipsoidal for moderate Reynolds and Bond numbers ( $10 < Re < 500$  and  $10 < Bo < 100$ ), and spherical for high Reynolds and Bond numbers.

In the LBM simulations, a circular fluid bubble of density  $\rho'_2 = 6$  and initial diameter  $D'_0 = 60$  is located one bubble diameter above the bottom of a rectangular domain discretized with  $256 \times 1024$  LBM cells, filled with a fluid of density  $\rho'_1 = 6000$  (hence  $\rho'_1/\rho'_2 = 1000$ ); the fluid viscosity ratio is  $\mu'_1/\mu'_2 = 1000$ . Both fluids are assumed to be stationary at initial time  $t' = 0$  and we specify a periodic boundary condition on the lateral sides of the domain

Fig. 5.10. Rayleigh–Taylor instability problem for  $\rho_1/\rho_2 = 3, A = 0.5, Re = 256$ . Time evolution of the two-fluid interface for four dimensionless times  $t' = t/\sqrt{L/g}$ : (leftward panels) results of [8]; (rightward panels) present LB results.

and a bounce-back condition on the top and bottom boundaries. Simulations are run for 3 test cases (a–c) with different  $Mo$  and  $Bo$  values, given in Table 5.3 together with LBM and other flow parameters, corresponding to the three flow and bubble shape regimes discussed above.

Since we only solve for a two-dimensional (2D) flow, we cannot compare our LBM simulation results to experiments. However, we can validate results by comparing them to an independent 2D numerical solution, such as that of Sun and Tao [33], who used a hybrid volume-of-fluid and level set (VOSET) method to simulate incompressible two-phase flows. In Fig. 5.8, the terminal shapes of the bubbles and the velocity fields computed with the LBM for the 3 cases are compared to Sun and Tao's results. We see that both the predicted bubble shape and flow fields agree well with the reference solution.

Fig. 5.9 further shows the computed time evolution of the bubble shape during its rise, for the case of Fig. 5.8(c). During the early

5. 伊朗Tarbiat Modares University学者Azadi采用VOSET方法计算研究了气液界面拓扑变化过程。认为VOSET是一种新的相界面捕捉复合方法，该方法具有质量守恒特性，同时可以计算得出准确的界面表面张力，该方法的精确性优于传统的VOF方法。

Computers and Fluids 125 (2016) 82–100



Contents lists available at ScienceDirect

Computers and Fluids

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/complfluid](http://www.elsevier.com/locate/complfluid)



## Capturing of interface topological changes in two-phase gas–liquid flows using a coupled volume-of-fluid and level-set method (VOSET)



Mohammad Reza Ansari\*, Reza Azadi, Ebrahim Salimi

Faculty of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, P.O. Box 14115-143, Tehran, Islamic Republic of Iran

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 30 April 2015

Revised 14 July 2015

Accepted 30 September 2015

Available online 1 December 2015

#### Keywords:

Two-phase

Interface topology

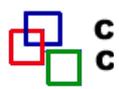
VOSET

Bubble rise

Initial bubble shape

### ABSTRACT

There are different approaches and methods to predict the interface changes in two-phase flows. Among these methods, volume-of-fluid (VOF) and level-set (LS) are some of the most famous ones. Common VOF schemes are mass conservative but cannot predict the surface tension with a good accuracy. In contrast, LS uses a continuous sign function which in turn computes surface tension more accurately than VOF. But, re-distancing the LS function causes mass gain/loss which violates the mass conservation. To have the advantages of both methods, a scheme called VOSET is introduced in the present research which couples the two methods fully geometrically. VOSET is used in the structure of the code developed to study the interface topological changes of gas–liquid two-phase flows. The results show that in addition to being mass-conserved, the method computes the surface tension with a good accuracy. Then the code is used to study the bubble topology rising in a quiescent liquid for different Morton and Eotvos numbers. The simulation results show a good agreement with available experimental data. Finally the effect of bubble initial shape on its terminal shape and velocity is investigated by VOSET. For the simulation cases, the effect of initial bubble topology was not noticeable.



## 6. 西班牙学者Nestor等基于VOSET方法的思想，在三角形非结构化网格系统上构建了一种复合气液界面追踪方法。

Computers and Fluids 124 (2016) 12–29

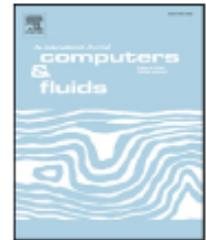


ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

Computers and Fluids

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/compfluid](http://www.elsevier.com/locate/compfluid)



### A coupled volume-of-fluid/level-set method for simulation of two-phase flows on unstructured meshes



Néstor Balcázar<sup>a,\*</sup>, Oriol Lehmkuhl<sup>a,b</sup>, Lluís Jofre<sup>a</sup>, Joaquim Rigola<sup>a</sup>, Assensi Oliva<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup>Hear and Mass Transfer Technological Center (CTTC), Universitat Politècnica de Catalunya – BarcelonaTech (UPC), ETSEIAT, Colom 11, 08222 Terrassa, Barcelona, Spain

<sup>b</sup>Termo Fluids, S.L., Avda Jacquard 97 1-E, 08222 Terrassa, Barcelona, Spain

# 7. 我校李会雄教授团队将VOSET方法推广到了2D和3D动态自适应直角树状非结构化网格系统，并研究了电场下气泡的运动特性。

International Journal of Heat and Mass Transfer 67 (2013) 70-73



Contents lists available at ScienceDirect

## International Journal of Heat and Mass Transfer

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/ijhmt](http://www.elsevier.com/locate/ijhmt)



Technical Note

### A coupled volume-of-fluid and level set (VOSET) method on dynamically adaptive quadtree grids



Tai Wang, Huixiong Li\*, Yongchang Feng, Dongxiao Shi

State Key Laboratory of Multiphase Flow in Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, PR China

*Numerical Heat Transfer, Part A*, 67: 1352-1369, 2015

Copyright © Taylor & Francis Group, LLC

ISSN: 1040-7782 print/1521-0634 online

DOI: 10.1080/10407782.2014.965116



## NUMERICAL SIMULATION OF BUBBLE DYNAMICS IN A UNIFORM ELECTRIC FIELD BY THE ADAPTIVE 3D-VOSET METHOD

Tai Wang, Huixiong Li, Yifan Zhang, and Dongxiao Shi

State Key Laboratory of Multiphase Flow in Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi, P. R. China

## 8. 我校毕勤成教授团队采用VOSET方法模拟了磁场下磁流体液滴的运动规律。

*Numerical Heat Transfer, Part A*, 66: 144-164, 2014  
Copyright © Taylor & Francis Group, LLC  
ISSN: 1040-7782 print/1521-0634 online  
DOI: 10.1080/10407782.2013.869459



### **NUMERICAL SIMULATION OF A FALLING FERROFLUID DROPLET IN A UNIFORM MAGNETIC FIELD BY THE VOSET METHOD**

**Dongxiao Shi, Qincheng Bi, and Rongqi Zhou**

*State Key Laboratory of Multiphase Flow in Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi, P. R. China*

## 补充文献

**Brackbill JU, Kothe DB, Zemach C. A continuum method for modeling surface tension [J]. J. Comput. Phys, 1992, 100: 335-354 (表面张力模型)**

**Denis Gueyffier, Jie Li, Ali Nadim, Ruben Scardovelli, and St'ephane Zaleski, Volume-of-fluid interface tracking with smoothed surface stress methods for three-dimensional flows, J. Comput. Physics, 1999, 152, 423–456**

**D.Z. Guo, D.L. Sun, Z.Y. Li, W. Q. Tao, Phase Change Heat Transfer Simulation for Boiling Bubbles Arising from a Vapor Film by VOSET Method, Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, 2011, vol. 59, 857-881**

**K. Ling, Z.Y. Li, W.Q. Tao, A direct numerical simulation for nucleate boiling by the VOSET method, Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, 2014, vol.65, 949-971**

**Kong Ling, Gihun Son, Dong-Liang Sun, Wen-Quan Tao ,Three dimensional numerical simulation on bubble growth and merger in microchannel boiling flow, Int. J Thermal Science, 2015 98:135-147**

# 致 谢

本报告中所引用的本课题组的研究成果是在国家自然科学基金 (No 50276046, 50236010, 50076034) 的支持下完成的。博士研究生孙东亮、郭东之和凌空对方法的发展做出了贡献；感谢凌空,雷乐在准备PPT过程中给予的帮助。



孙东亮



凌 空



郭东之



# 同舟共济 渡彼岸!

People in the same  
boat help each  
other to cross to the  
other bank,  
where....