

水平热板上液态金属自然对流的数值模拟

丁昊 陶文铨

(西安交通大学热流科学与工程教育部重点实验室, 能源与动力工程学院, 西安 710049)

摘要 液态金属拥有很好的导热性, 作为冷却介质具有广泛的应用前景, 但其分子普朗特数远小于常规流体, 导致换热特性与常规流体存在差异。本文对 $Ra=10^4\sim 10^7$ 范围内热面向上水平平板上液态铅铋合金的自然对流换热进行了数值模拟研究, 对比了不同瑞利数下温度场的差异, 并给出了 $Ra=10^4\sim 10^7$ 范围内平均努塞尔数的计算公式。

关键词 自然对流; 液态金属; 数值模拟

中图分类号: TK124 文献标识码: A 文章编号: 0253-231X(2021)08-2035-05

Numerical Simulation of Natural Convection of Liquid Metal Above a Heated Horizontal Plate

DING Hao TAO Wen-Quan

(Key Laboratory of Thermo-Fluid Science and Engineering of MOE, School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract Liquid metal with the characteristic of high thermal conductivity has a wild application prospect as a kind of coolant. However, the molecular Prandtl number of liquid metal is much lower than that of conventional fluid, resulting in different heat transfer characteristics. In this paper, a numerical simulation for natural convection heat transfer characteristics of liquid lead-bismuth alloy above a heated upward-facing horizontal plate with Rayleigh number varying from 10^4 to 10^7 is conducted. The temperature fields under different Rayleigh number are compared, and a formula for calculating the average Nusselt number in the range of $Ra=10^4\sim 10^7$ is presented.

Key words natural convection; liquid metal; numerical simulation

0 前言

液态金属是未来科技发展重要的高科技材料之一, 在能源、信息、先进制造、生物医疗、柔性智能机器等方面具有巨大的应用潜力。由于液态金属熔点低, 沸点高, 导热性很好, 适合作为冷却介质, 已经被应用于电子器件散热、核反应堆堆芯冷却等领域。在第四代核能系统的六种最具前景反应堆中, 液态金属就占据了两席之地(铅冷快堆和钠冷快堆)。液态金属具有很强的浮力, 在核反应堆发生事故时, 可以利用浮力驱动的自然循环冷却堆芯^[1], 能大大提高核电站的安全性。然而, 液态金属的分子普朗特数(Pr)小, 热边界层远比流动边界层厚, 换热特性不同于水或空气等常规流体。因此, 为促进液态金属的工程应用, 研究液态金属自然对流的换热特性很有必要。

与实验相比, 数值模拟方法成本低, 周期短, 易

于开展。目前, 液态金属自然对流的数值模拟研究主要基于封闭腔体: Mitsuyuki 等^[2]模拟了三维方腔内液态金属的 Rayleigh-Benard 流动; 门玉宾等^[3]研究了方腔内液态金属镓的流动换热特性; Battira 和 BessaiH^[4]以及王增辉等^[5]探究了外加磁场对液态金属自然对流的影响。对于大空间内的自然对流, Sugiyama 等^[6]模拟了水平圆柱外液态金属的自然对流换热; Wang 和 Zhou^[7]研究了水平磁场下, 镓锡合金沿竖直平板的自然对流流动与换热。而同为自然对流经典算例的大空间内水平平板的自然对流, 吸引的注意力就少了许多。CPU 散热等众多换热场景均涉及到此类对流, 可是现有的数值研究主要针对水($Pr \approx 7$)^[8]和空气($Pr \approx 0.7$)^[9-10], 对于低普朗特数流体(液态金属)在水平平板上的自然对流研究鲜见报道。

收稿日期: 2021-04-09; 修订日期: 2021-07-19

基金项目: 国家自然科学基金创新群体(No.51721004); 西安市科技局资助项目(No.20192187, No.14SYS002CG024)

作者简介: 丁昊(1994-), 男, 博士生, 主要从事湍流流动与换热的数值模拟研究。通信作者: 陶文铨, 教授, E-mail: wqtao@mail.xjtu.edu.cn。

因此, 本文采用数值模拟方法, 研究了不同瑞利数下, 水平热板上液态铅铋合金 ($Pr \approx 0.02$) 的自然对流换热特性, 并进一步拟合得到了平板上平均努塞尔数的计算公式, 可为液态铅铋合金的工程应用提供一定参考。

1 数值方法

1.1 控制方程

本文采用 Boussinesq 近似, 忽略黏性耗散及辐射的影响, 可得不可压缩流体自然对流流动与换热的无量纲控制方程:

连续方程:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

动量方程:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{(Ra/Pr)^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{(Ra/Pr)^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \Theta \quad (3)$$

能量方程:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{(Ra/Pr)^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

式中, U, V 分别表示 X, Y 坐标方向的速度; P 为压力; τ 为时间; Θ 为温度; Ra 和 Pr 分别表示瑞利数和普朗特数。各无量纲量的表达式见式 (5)~(6):

$$U = \frac{u}{u^*}, V = \frac{v}{u^*}, X = \frac{x}{W}, Y = \frac{y}{W}, \quad (5)$$

$$\tau = \frac{t}{W/u^*}, P = \frac{p}{\rho u^{*2}}, \Theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}$$

$$Ra = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)W^3}{\nu a}, Pr = \frac{\nu}{a} \quad (6)$$

其中, u, v 为速度; t 为时间; p 为压力; ρ 为密度; ν 为运动黏度; g 为重力加速度; β 为流体的体膨胀系数; T 为温度; a 为热扩散系数; W 为平板宽度为特征长度, 特征速度 $u^* = \sqrt{g\beta(T_w - T_\infty)W}$; 下标 w 表示平板壁面参数, ∞ 表示主流流体参数。

1.2 离散方法

本文采用投影法求解速度和压力。其中, 对流项和扩散项的时间离散采用显式二阶 Adams-Bashforth 格式, 空间离散采用四阶紧致差分格式。代数方程组采用基于附加修正的多重网格算法进行求解。数值计算采用自编程序进行。

1.3 计算区域及边界条件

计算区域如图 1 所示。在大小为 $L \times H$ 的大空间 $fcde$ 中有一块等温加热的水平平板 ab , 坐标原点 o 设置在平板中心, 初始无量纲速度与温度均为零。空间内静止的液态铅铋合金受到平板加热后, 将在浮升力的驱动下产生自然对流。该问题采用的边界条件列于表 1 中。

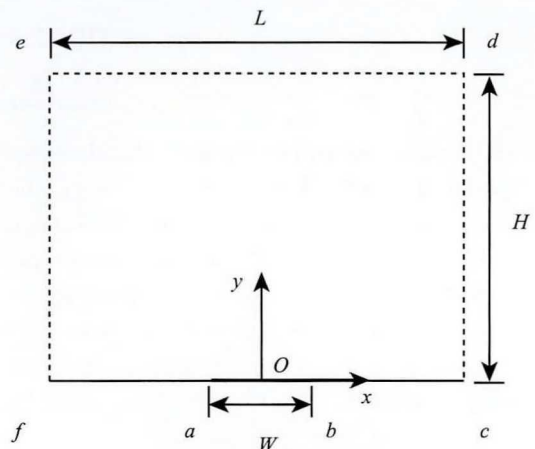


图 1 计算区域示意图

Fig. 1 Schematic diagram of computational domain

表 1 边界条件设置

Table 1 Details of boundary conditions

边界编号	边界条件
ab	$U = 0, V = 0, \Theta = 1$
fa, bc	$U = 0, V = 0, \Theta = 0$
cd, ef	$\frac{\partial U}{\partial X} = 0, V = 0, \Theta = 0$
de	$\frac{\partial U}{\partial Y} = 0, \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = 0$

1.4 努塞尔数计算

努塞尔数是衡量换热的重要准则数, 对于平板上的局部努塞尔数, 本文采用文献 [9] 的方法, 取平板宽度作为特征长度, 采用式 (7) 计算局部努塞尔数:

$$Nu_x = \frac{h_x W}{\lambda} \quad (7)$$

其中, λ 为流体的导热系数; h_x 为局部对流换热系数, 可通过式 (8) 计算得到:

$$h_x = \frac{q_x}{T_w - T_\infty} \tag{8}$$

其中, q_x 为平板法向的热流密度:

$$q_x = -\lambda \left. \frac{dT}{dy} \right|_w \tag{9}$$

将式 (8)、(9) 带入式 (7) 可以得到:

$$Nu_x = \frac{h_x W}{\lambda} = - \left. \frac{d(T/T_w - T_\infty)}{d(y/W)} \right|_w = - \left. \frac{d\theta}{dY} \right|_w \tag{10}$$

沿板长方向对 Nu_x 进行积分平均, 即可得到平板上的平均努塞尔数:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{W} \int_0^W Nu_x dx \tag{11}$$

2 模型检验

2.1 网格及区域无关性验证

对于 $Ra = 10^6$ 的工况, 分别采取 384×448 、 448×512 、 512×576 、 576×640 四种网格进行了计算。图 2 所示为 (0, 0.5) 坐标位置处, 采用不同网格计算的无量纲温度随时间的变化。四种网格计算出来的温度场随时间的变化几乎一致, 温度场在 15 个无量纲时间间隔后达到稳态。稳态下的平均努塞尔数随网格的变化列于表 2。当网格数为 512×576 和 576×640 时, 平均努塞尔数相对偏差小于 1%, 可以认为计算结果已经与网格无关。本文将采用 512×576 的网格开展数值模拟研究。

由于本文研究的问题是大大空间内的自然对流, 计算区域的选取将对结果产生一定影响。为了排除

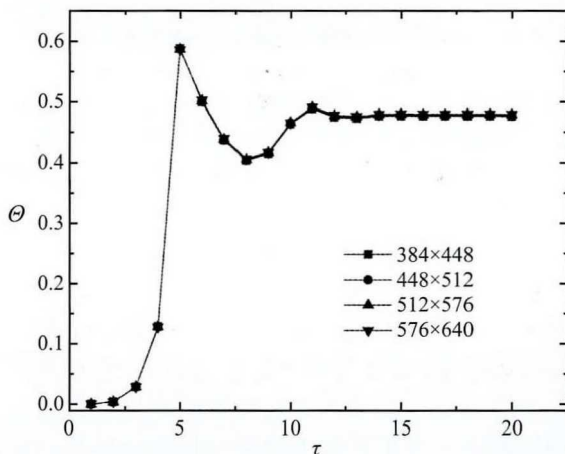


图 2 不同网格数下 (0, 0.5) 处温度随时间变化图
Fig. 2 Temperature variation versus time at (0, 0.5) with different grid numbers

计算区域的影响, 本文采用不同尺寸的计算域分别进行了计算, 最终确定了计算域大小为 $L \times H = 4 \times 1.5$ 。

表 2 不同网格数下平均努塞尔数偏差

Table 2 The variation of Nusselt number under different grid numbers

网格数	384 × 448	448 × 512	512 × 576	576 × 640
\overline{Nu}	9.18	9.24	9.38	9.41
相对偏差/%	2.44	1.8	0.32	-

2.2 算例验证

为了验证计算模型及程序的准确性, 本文采用文献 [9] 中 $Ra = 10^5$, $Pr = 0.7$ 的工况进行了验证。由于平板是对称结构, 只取右半部分 ($0 \leq X \leq 0.5$) 进行对比。计算结果如图 3 所示。本文结果与文献 [9] 中的数值模拟结果以及文献 [11] 中的解析解均吻合较好, 因此, 本文采用的模型及开发的程序是可靠的。

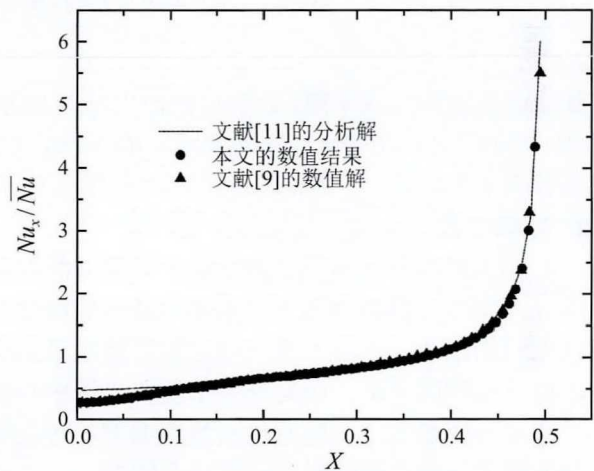


图 3 $Ra = 10^5$, $Pr = 0.7$ 时, 水平平板表面努塞尔数分布图
Fig. 3 Normalized Nusselt number distribution on the surface of the horizontal plate for $Ra = 10^5$ and $Pr = 0.7$

3 结果与分析

3.1 瞬态温度特性

基于第 2 节介绍的模型和方法, 本节对不同瑞利数下等温水平热板上液态铅铋合金的自然对流进行了研究。温度场随时间的演化如图 4 所示。平板上的温度场始终呈对称分布, 从平板边缘开始形成热边界层, 靠近平板中心位置, 边界层逐渐增厚, 最终两侧边界层汇合于平板中心后上升, 随着高度增加, 流体离热源的距离增大, 边界层影响范围逐渐减小。当瑞利数增大时, 对流作用增强, 导热过程

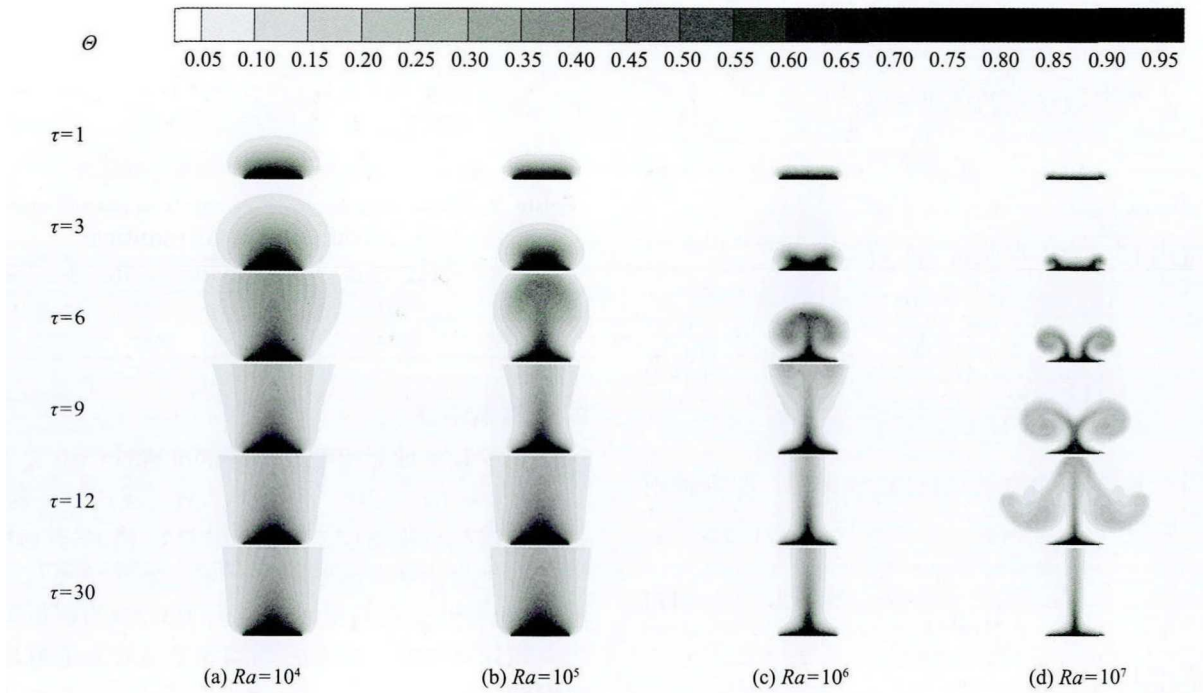


图 4 不同瑞利数下温度场的演化云图

Fig. 4 Evolution of temperature field under different Rayleigh number

在传热中所占的比重下降,边界层的厚度逐渐减薄。在 $Ra = 10^6$ 时,开始出现热卷吸流, $Ra = 10^7$ 时,热卷吸流更加复杂,达到稳态所需时间亦有所增加。

3.2 努塞尔数

不同瑞利数下,局部努塞尔数在平板上的分布如图 5 所示。不同瑞利数下的局部努塞尔数的分布呈现相同的趋势。如 3.1 节所述,从平板边缘到中心,边界层厚度增加,因此努塞尔数在平板中心最小,在边缘处最大,且随着瑞利数的增加,对流换热强度增大,各位置的努塞尔数逐步增大。

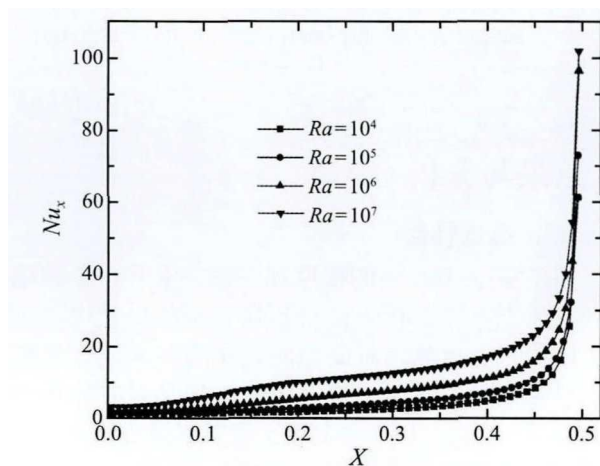


图 5 沿板宽方向局部努塞尔数分布

Fig. 5 Local Nusselt number distribution along the plate width

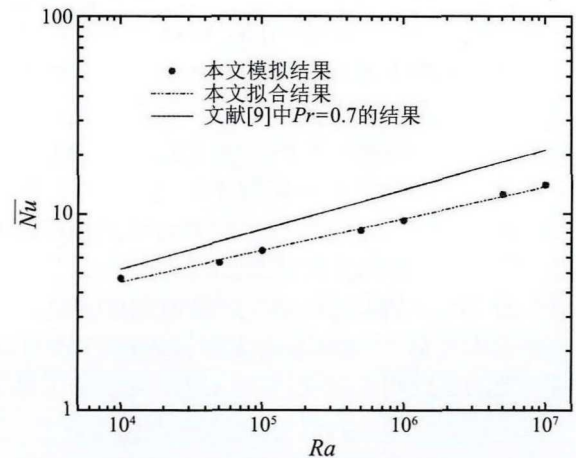


图 6 不同瑞利数下的平均努塞尔数

Fig. 6 Average Nusselt number under different Rayleigh number

采用文献 [9] 中提出的关联式计算不同瑞利数下平板上液态金属自然对流的平均努塞尔数,并与本文模拟结果进行对比,如图 6 所示。从对比结果可以看出,采用空气的换热关联式来预测液态金属的换热会得到偏大的结果。这是因为液态金属分子普朗特数很小,分子导热占据的比重大,热边界层更厚。采用最小二乘法对本文计算结果进行拟合,可得到热面向上水平平板上液态铅铋合金自然对流换热的努塞尔数计算式,如式 (12) 所示。

$$\overline{Nu} = 1.021Ra^{0.161} \quad (10^4 < Ra < 10^7) \quad (12)$$

4 结 论

本文采用数值模拟方法, 对 $Ra = 10^4 \sim 10^7$ 范围内水平热板上液态铅铋合金的自然对流换热进行了研究。结果表明, 随着瑞利数的增加, 平板热边界层逐渐减薄, 努塞尔数随之增大; 当 $Ra = 10^6$ 时, 开始出现热卷吸流; 而简单地采用现有的空气自然对流换热关联式会高估液态金属平板换热的努塞尔数。根据模拟结果拟合得到的平均努塞尔数随瑞利数变化的关联式可为液态金属的工程应用提供参考。

参 考 文 献

- [1] Cheng X, Cahalan J E, Finck P J. Safety Analysis of an Accelerator-Driven Test Facility [J]. Nuclear Engineering and Design, 2004, 229(2/3): 289-306
- [2] Hatanaka M, Tagawa T, Ozoe H. Conjugate Numerical Computation for the Natural Convection of Liquid Metal Heated from Below [J]. Numerical Heat Transfer Part A: Applications, 2005, 47: 709-723
- [3] 门玉宾, 马军军, 王书福等. 液态金属镓自然对流换热数值模拟 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2011, 43(1): 120-124
MEN Yubin, MA Junjun, WANG Shufu, et al. Numerical Investigation on the Natural Convection of Liquid Gallium [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2011, 43(1): 120-124
- [4] Battira M, Bessai H R. Three-Dimensional Natural Convection in the Horizontal Bridgman Configuration under Various Wall Electrical Conductivity and Magnetic Field [J]. Numerical Heat Transfer Part A: Applications, 2008, 55(1): 58-76
- [5] 王增辉, 陈欢, 杨嵩. 磁场作用下三维方腔内液态金属自然对流的数值模拟 [J]. 中国科学院大学学报, 2013, 30(4): 472-477
WANG Zenghui, CHEN Huan, YANG Song. Numerical Simulation of Natural Convection of Liquid Metal in a Cubic Enclosure Under Magnetic Field [J]. Journal of University of Chinese Academy of Sciences, 2013, 30(4): 472-477.
- [6] Sugiyama K, Ma Y, Ishiguro R. Laminar Natural Convection Heat Transfer from a Horizontal Circular Cylinder to Liquid Metals [J]. ASME Journal of Heat Transfer, 1991, 113(1): 91-96
- [7] Wang Z H, Zhou Z K. External Natural Convection Heat Transfer of Liquid Metal Under the Influence of the Magnetic Field [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2019, 134: 175-184
- [8] Jiang Y, Nie B, Xu F. Scaling Laws of Buoyant Flows on a Suddenly Heated Horizontal Plate [J]. International Communications in Heat and Mass Transfer, 2019, 105: 58-64
- [9] Wei J J, Yu B, Kawaguchi Y. Simultaneous Natural-Convection Heat Transfer Above and Below an Isothermal Horizontal Thin Plate [J]. Numerical Heat Transfer Part A: Applications, 2003, 44(1): 39-58
- [10] Hattori T, Bartos N, Norris S E, et al. Experimental and Numerical Investigation of Unsteady Behaviour in the Near-Field of Pure Thermal Planar Plumes [J]. Experimental Thermal and Fluid Science, 2013, 46: 139-150
- [11] Pera L, Gebhart B. Natural Convection Boundary Layer Flow over Horizontal and Slightly Inclined Surfaces [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1973, 16: 1131-1146